

第六章 Smith圆图及匹配

- 6.1 基本阻抗匹配理论
- 6.2 集总参数匹配电路
- 6.3 Smith圆图

6.1 基本阻抗匹配理论

- **匹配的目标:**

- 使信号源的功率尽可能多的送入负载 R_L ，使信号源的输出功率尽可能的大。

- **匹配的重要性:**

- 当负载与传输线匹配时(假定信号源是匹配的)，可传送最大功率，并且在馈线上功率损耗最小。

- 对阻抗匹配灵敏的接收机部件(如天线、低噪声放大器)可改进系统的信噪比。

- 在功率分配网络中，阻抗匹配可降低振幅和相位误差。

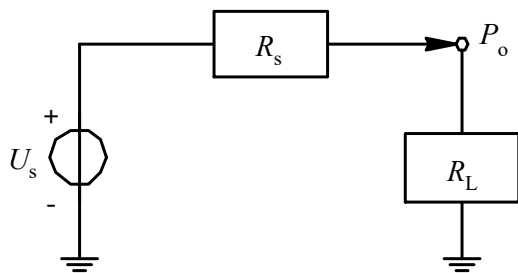
匹配网络的选择准则

- 1、简单性。**选择满足性能的最简单的设计。价格便宜，可靠，损耗小。
- 2、带宽。**任何一个网络只能在单一的频率上实现匹配，想要展宽带宽，电路设计非常复杂。
- 3、可实现性。**射频电路大都采用微带传输线，所以可采用集总参数元件、四分之一波长阻抗变换器、单枝支节或双枝节或多枝节实现匹配网络。

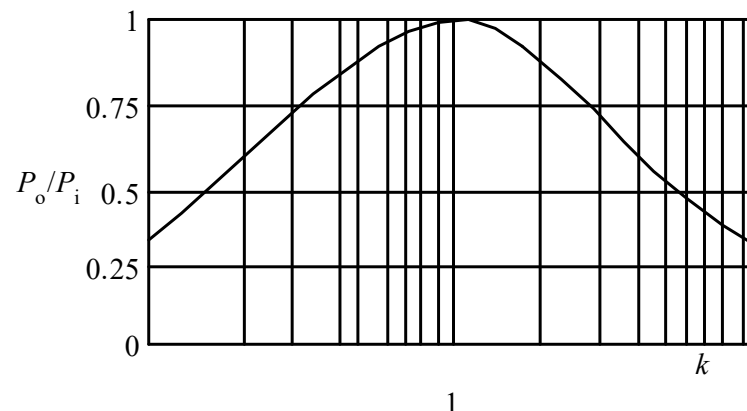
既要考虑生产工艺的可实现性，又要考虑尺寸要求的可实现性。

- 4、可调整性。**变化的负载需要可调整的匹配网络。

如下图的**直流电路**中, U_s 为信号源电压, R_s 为信号源内阻, R_L 为负载电阻。



(a)



(b)

输出功率为:
$$P_L = P_0 = I^2 R_L = \frac{U_s^2}{(R_s + R_L)^2} R_L$$

令
$$R_L = kR_s, P_i = \frac{U_s^2}{R_s}$$

则
$$P_0 = \frac{k}{(1+k)^2} P_i$$

信号源的输出功率取决于 U_s 、 R_s 和 R_L 。

在信号源给定的情况下，输出功率取决于负载电阻与信号源内阻之比 k 。

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \quad \text{且} \quad \frac{d^2 P_L}{d^2 R_L} < 0$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = V_s^2 \frac{2(R_s + R_L)^2 - 2R_L(R_s + R_L)}{(R_s + R_L)^4} = 0$$

$$(R_s + R_L)^4 \neq 0 \Rightarrow 2(R_s + R_L)^2 - 2R_L(R_s + R_L) = 0$$

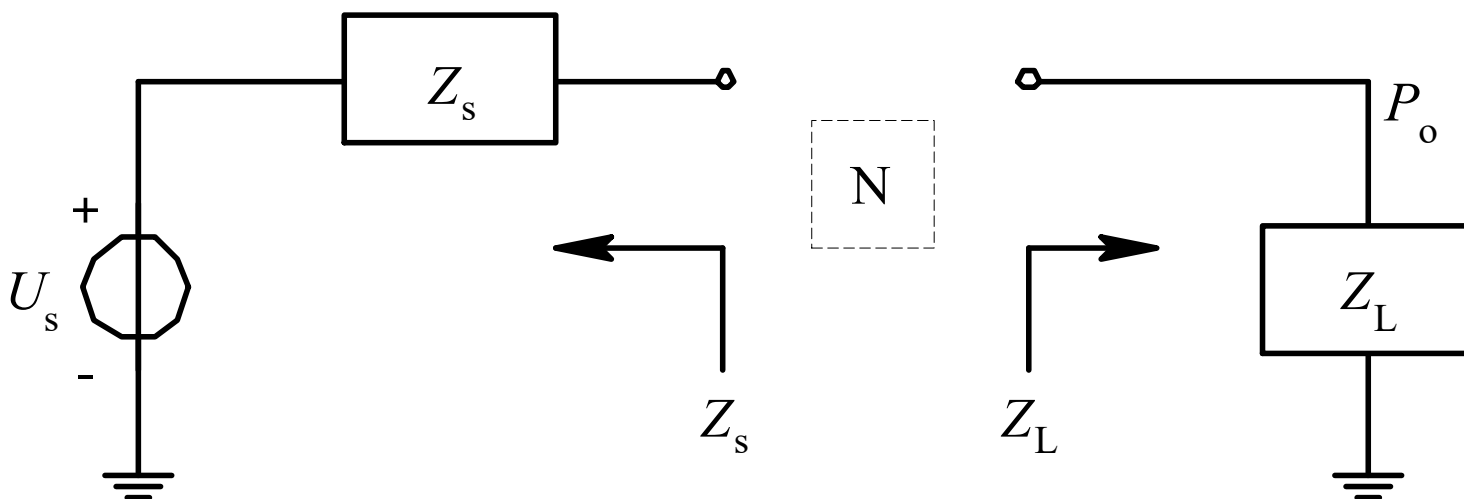
$$\Rightarrow (R_s + R_L)(R_s - R_L) = 0$$

$$\therefore R_s = R_L$$

当 $R_L = R_s$ 时可获得最大输出功率，此时为**阻抗匹配状态**。

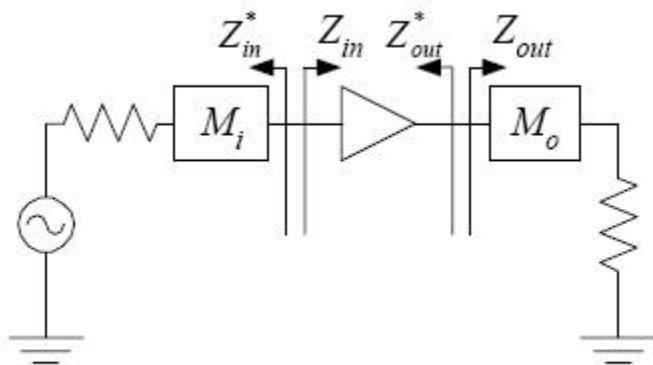
如下图的**交流电路**中：

当负载阻抗 $Z_L = R_L + jX_L$ 与信号源阻抗 $Z_s = R_s + jX_s$ 共轭时，当 $R_s = R_L$ 且 $jX_s = -jX_L$ 时，即 $Z_L = Z_s^*$ ，负载能够获得最大的功率，称作**共轭匹配**或**广义阻抗匹配**。

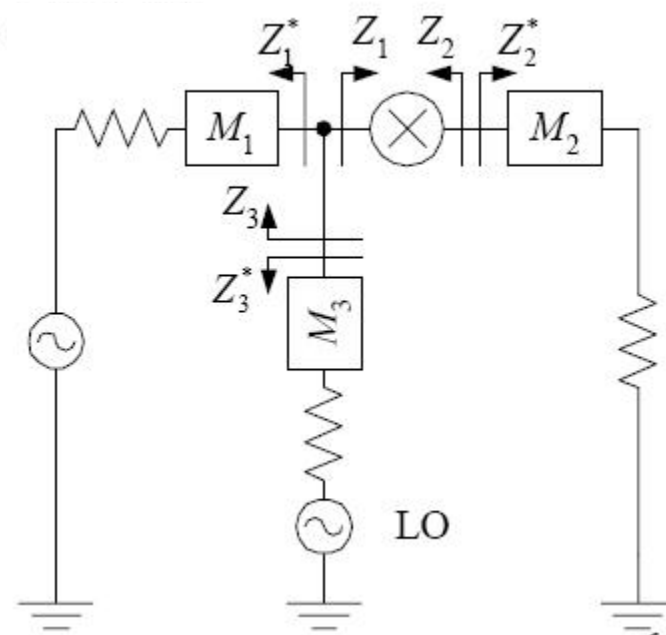


广义阻抗匹配

在射频电路设计中，阻抗匹配是不可缺少的。如：



放大器设计



混频器设计

为什么要采用50 Ω (或者75 Ω)

例：以一根空气为电介质的同轴电缆为例。会存在某一个电压会使电介质击穿。

当内导体直径固定时，加大外导体的直径将提高这个击穿电压，但特性阻抗就会加大。这样又会减少传送到负载上的功率。

$$E_{\max} = \frac{V}{a \ln(b/a)}$$
$$Z_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon} \frac{\ln(b/a)}{2\pi} \approx \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln(b/a)$$

传送到负载的最大功率正比于 V^2/Z_0

$$\begin{aligned}
 P &\propto \frac{V^2}{Z_0} = \frac{[E_{\max} \bullet a \ln(b/a)]^2}{(60/\sqrt{\epsilon_r}) \ln(b/a)} \\
 &= \frac{\sqrt{\epsilon_r} [E_{\max}^2 \bullet a^2 \ln(b/a)]}{60} \\
 \frac{dP}{da} &= \frac{d}{da} [a^2 \ln(\frac{b}{a})] = 0 \\
 \Rightarrow \frac{b}{a} &= \sqrt{e}
 \end{aligned}$$

代入：

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln(b/a) = 30 \Omega$$

为了使一根外径一定的空气介质的传输线具有最大的功率传输能力，我们希望选择使 Z_0 等于 30Ω 的尺寸。

现在考虑损耗

由于电介质损耗引起的每单位长度的衰减实际上与导体尺寸无关。所以只考虑电阻损耗引起的衰减：

$$\alpha \approx \frac{R}{2Z_0}$$

R 是每单位长度的串联电阻，在足够高的频率时， R 主要是由于趋肤效应引起的。为了减小 R ，要加大内部导体的直径，这又会使 Z_0 减小。

假设电流均匀地流过一个厚度等于趋肤深度 δ 的薄圆筒，则写出：

$$R \approx \frac{1}{2\pi\delta\sigma} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

可得衰减常数:

$$\alpha = \frac{R}{2Z_0} \approx \frac{\frac{1}{2\pi\delta\sigma}[\frac{1}{a} + \frac{1}{b}]}{2[\frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln(\frac{b}{a})]}$$

求导并令其为0

$$\frac{d\alpha}{da} = 0 \Rightarrow \frac{d}{da} \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\ln(\frac{b}{a})} = 0 \Rightarrow \ln(\frac{b}{a}) = 1 + \frac{a}{b}$$

通过迭代得到b/a的值约为3.6, 相当于 $Z_0 = 77 \Omega$

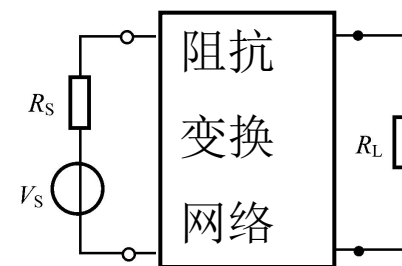
有线电视设备都是以75 Ω 阻抗为基础，这是因为它对应于最小的损耗，功率较低，功率传输不成问题。

由于77 Ω 时损耗最小而30 Ω 时可得到最大的功率传输能力，所以取一个合理的折中就是取某种平均值，最后取整后都为50 Ω 。

6.2 集总参数匹配电路

阻抗变换的必要性

- (1) 实现最大功率传输——共轭匹配
- (2) 改善接收机噪声系数
- (3) 保证滤波器性能



对变换网络的要求：

- (1) 损耗小 —— 用纯电抗（电感/电容/变压器 or 微带）
- (2) 带宽
 - 宽带：变压器、传输线变压器
 - 窄带：LC网络，阻抗匹配和滤波作用

集总参数匹配网络种类

- 变压器阻抗变换
- 部分接入阻抗变化
- L网络阻抗变换
- π 和 T 型网络阻抗变换

第六章 Smith圆图及匹配

- 6.1 基本阻抗匹配理论
- 6.2 集总参数匹配电路
- 6.3 Smith圆图

6.3.1 Smith圆图的形成

用复数形式表达反射系数

$$\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$$

用反射系数描述的输入阻抗

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

采用复数形式的反射系数描述输入阻抗得：

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i}$$

进而将输入阻抗归一化为

$$Z_{in}/Z_0 = z_{in} = r + jx = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i}$$

归一化阻抗公式表示为从一个复数 z_{in} 平面映射到另一个平面 Γ 平面。

$$r = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$

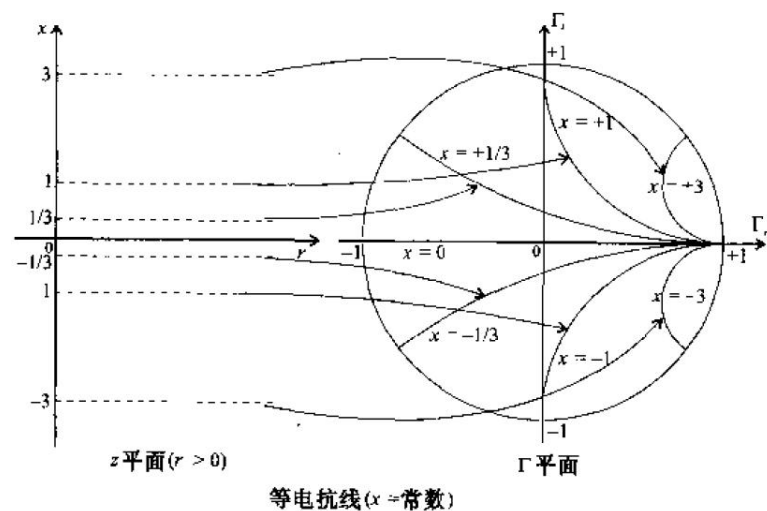
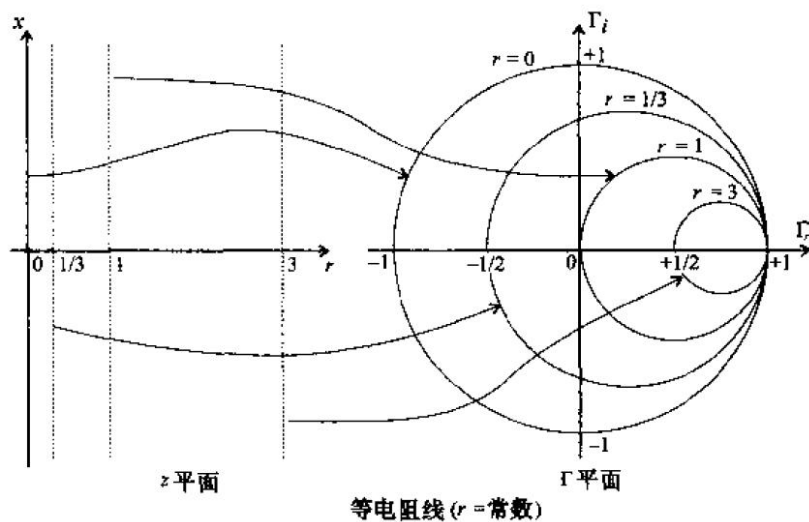
将上述阻抗的实部虚部表达式进行变换整理

$$(\Gamma_r - \frac{r}{r+1})^2 + \Gamma_i^2 = (\frac{1}{r+1})^2 \quad (\Gamma_r - 1)^2 + (\Gamma_i - \frac{1}{x})^2 = (\frac{1}{x})^2$$

对于一般形式的表达式

$$(\Gamma_r - a)^2 + (\Gamma_i - b)^2 = c^2$$

其中 (a, b) 表示圆心, c 为圆半径。



用阻抗表示的反射系数

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{\frac{Z}{Z_0} - 1}{\frac{Z}{Z_0} + 1}$$

归一化阻抗表示为:

归一化反射系数表示为:

Γ : 复数形式的反射系数 = $|\Gamma|\angle\theta$

Z : 复数形式的阻抗 = $R + jX$

Z_0 : 特征阻抗

$$z = \frac{Z}{Z_0} = \frac{R}{Z_0} + j\frac{X}{Z_0} = r + jx$$

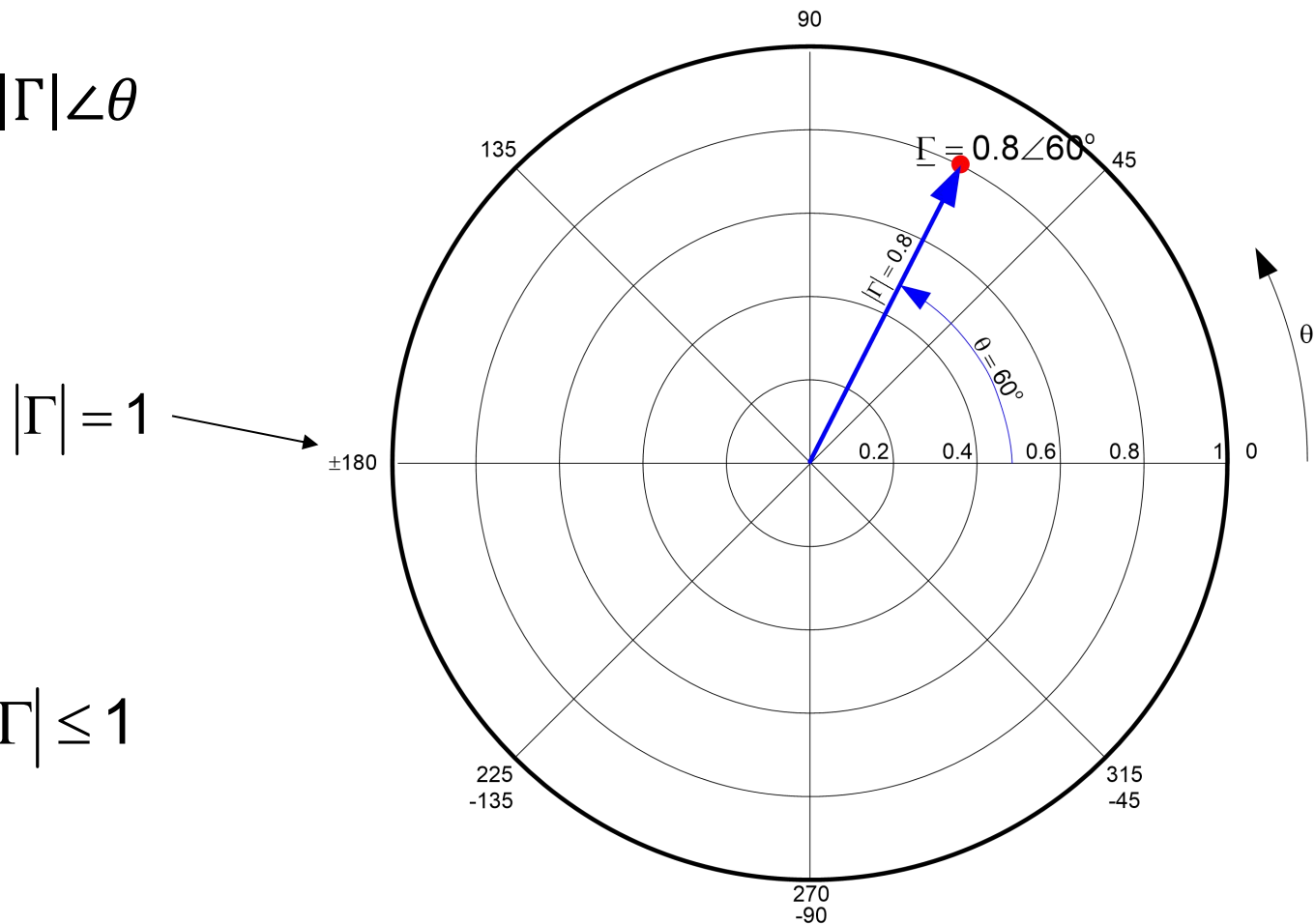
$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1} = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1}$$

Smith圆图

采用极坐标表示的反射系数：

$$\Gamma = |\Gamma| \angle \theta$$

$$0 \leq |\Gamma| \leq 1$$



Smith圆图

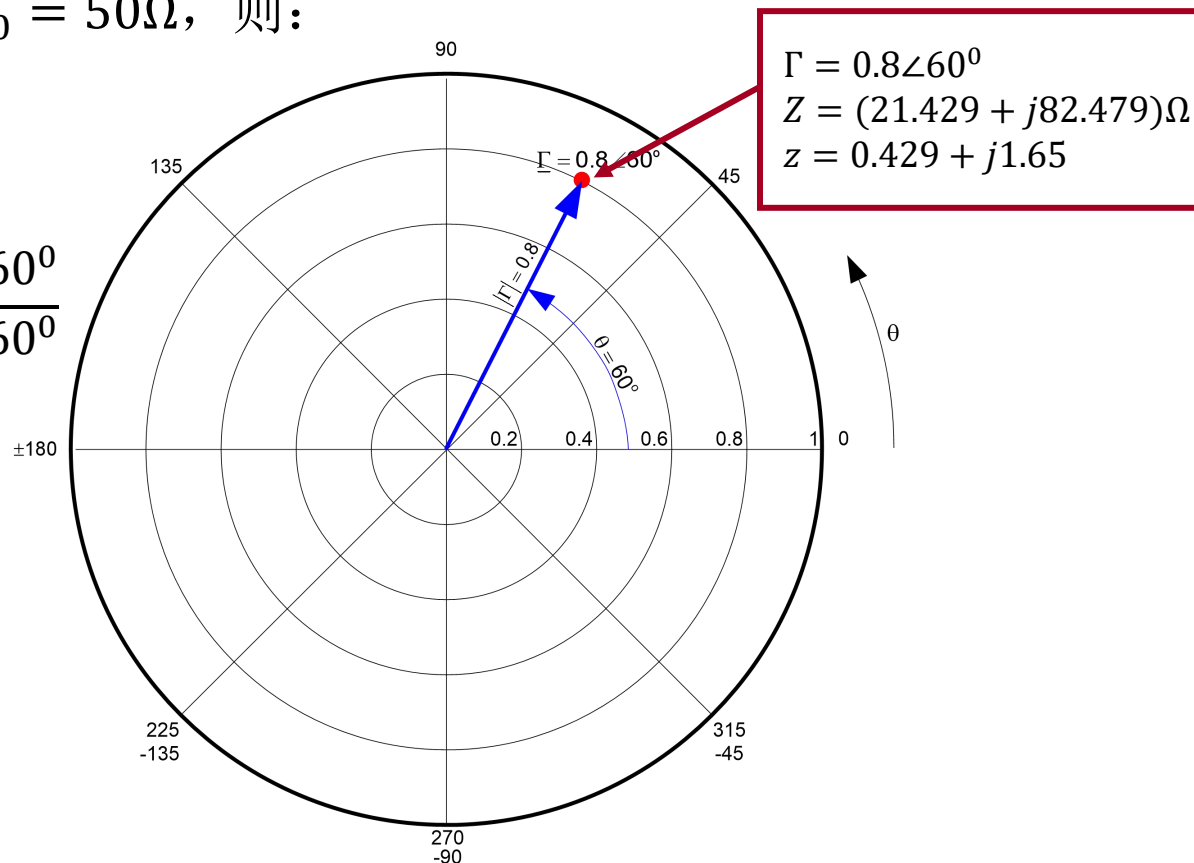
每个反射系数对应一个复数阻抗 Z ，或一个归一化的复数阻抗 z 。

假设 $\Gamma = 0.8\angle 60^\circ$ ，且 $Z_0 = 50\Omega$ ，则：

$$Z = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = 50\Omega \frac{1 + 0.8\angle 60^\circ}{1 - 0.8\angle 60^\circ}$$

$$= (21.429 + j82.479)\Omega$$

$$z = 0.429 + j1.65$$



Smith圆图-阻抗圆图

几种特殊情况:

$$\Gamma = \frac{z-1}{z+1} = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1}$$

Short circuit: $R=0, X=0, (r=0, x=0)$

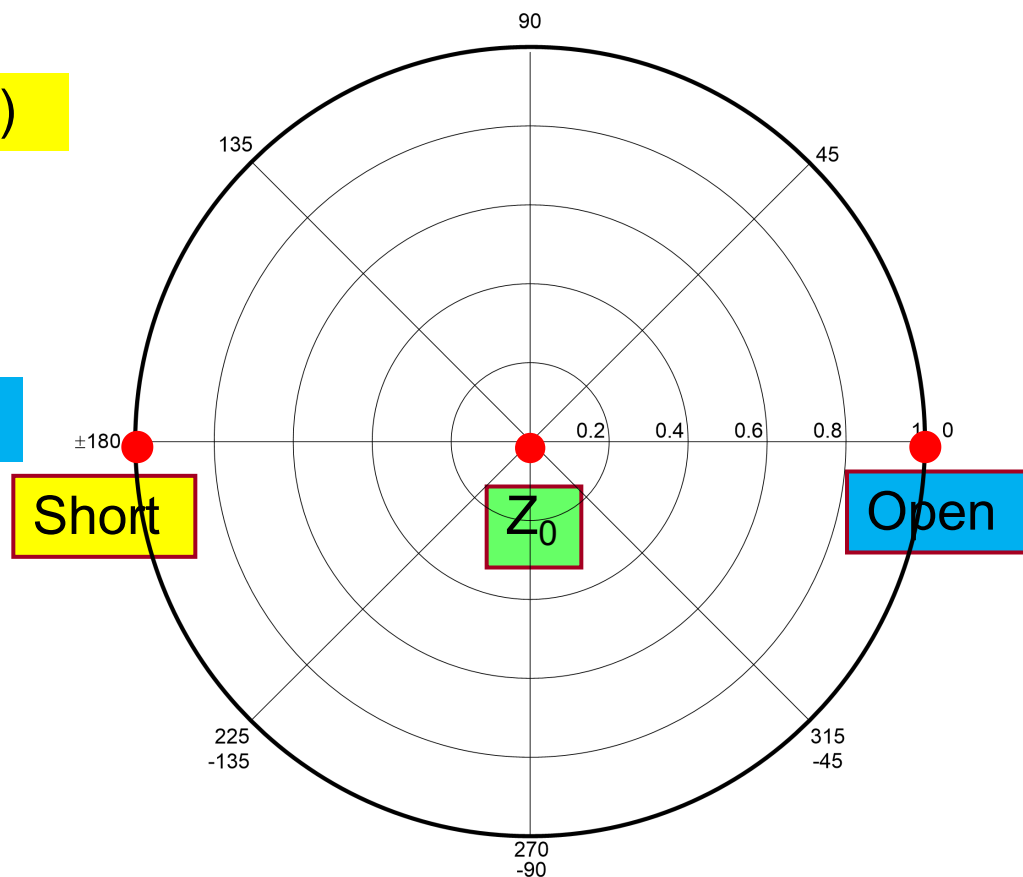
$$\Gamma = \frac{-1}{1} = -1 = 1 \angle 180^\circ$$

Open circuit: $R=\infty$, $X=0$, ($r=\infty$, $x=0$)

$$\Gamma = 1 = 1\angle 0^0$$

$Z = Z_0: R=50, X=0, (r=1, x=0)$

$$\Gamma = 0$$

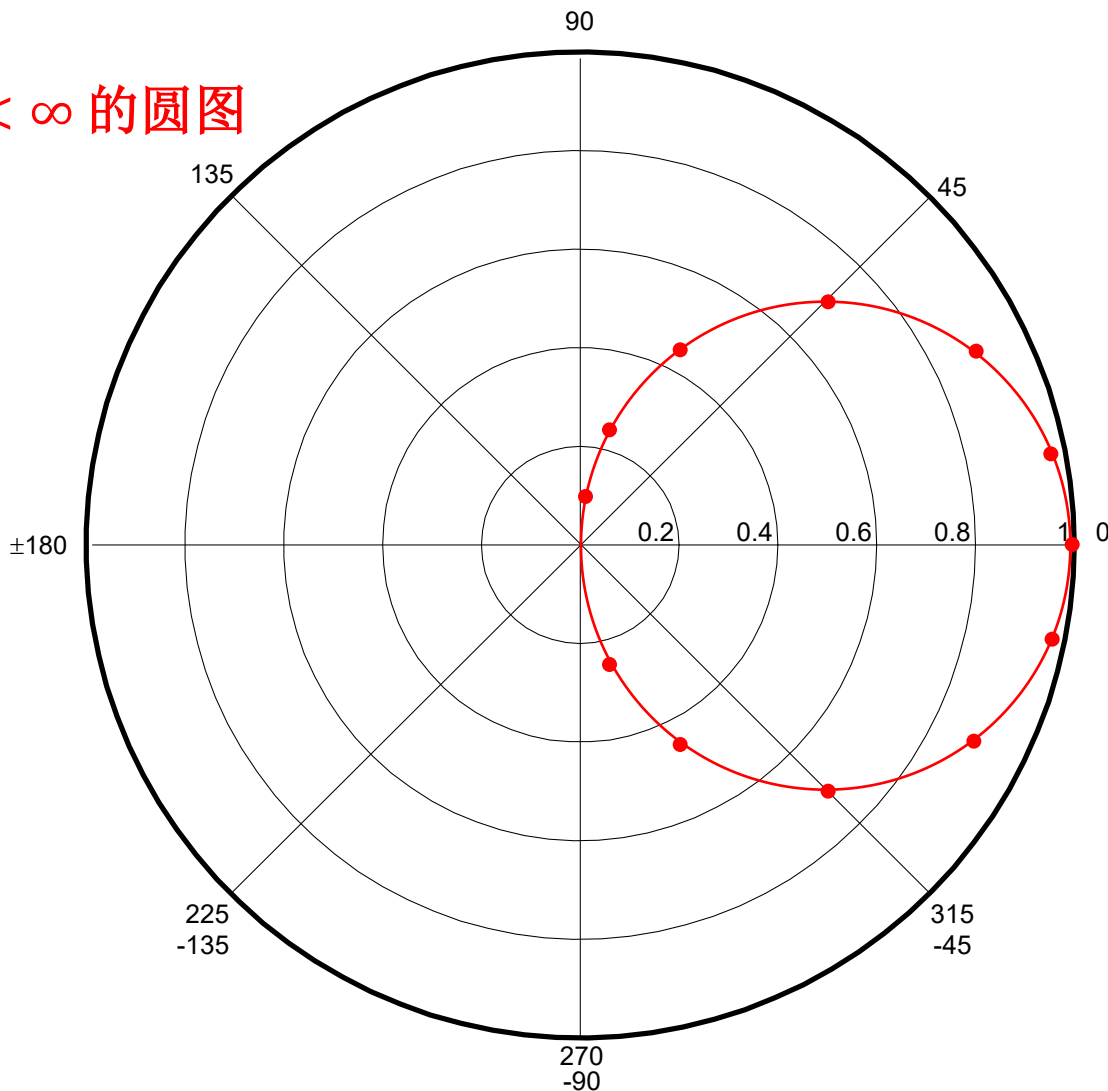


Smith圆图-阻抗圆图

画 $r = 1$ ($R = Z_0$), $-\infty < x < \infty$ 的圆图

$$\Gamma = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1} = \frac{jx}{2 + jx}$$

这代表r等于常数1的圆。

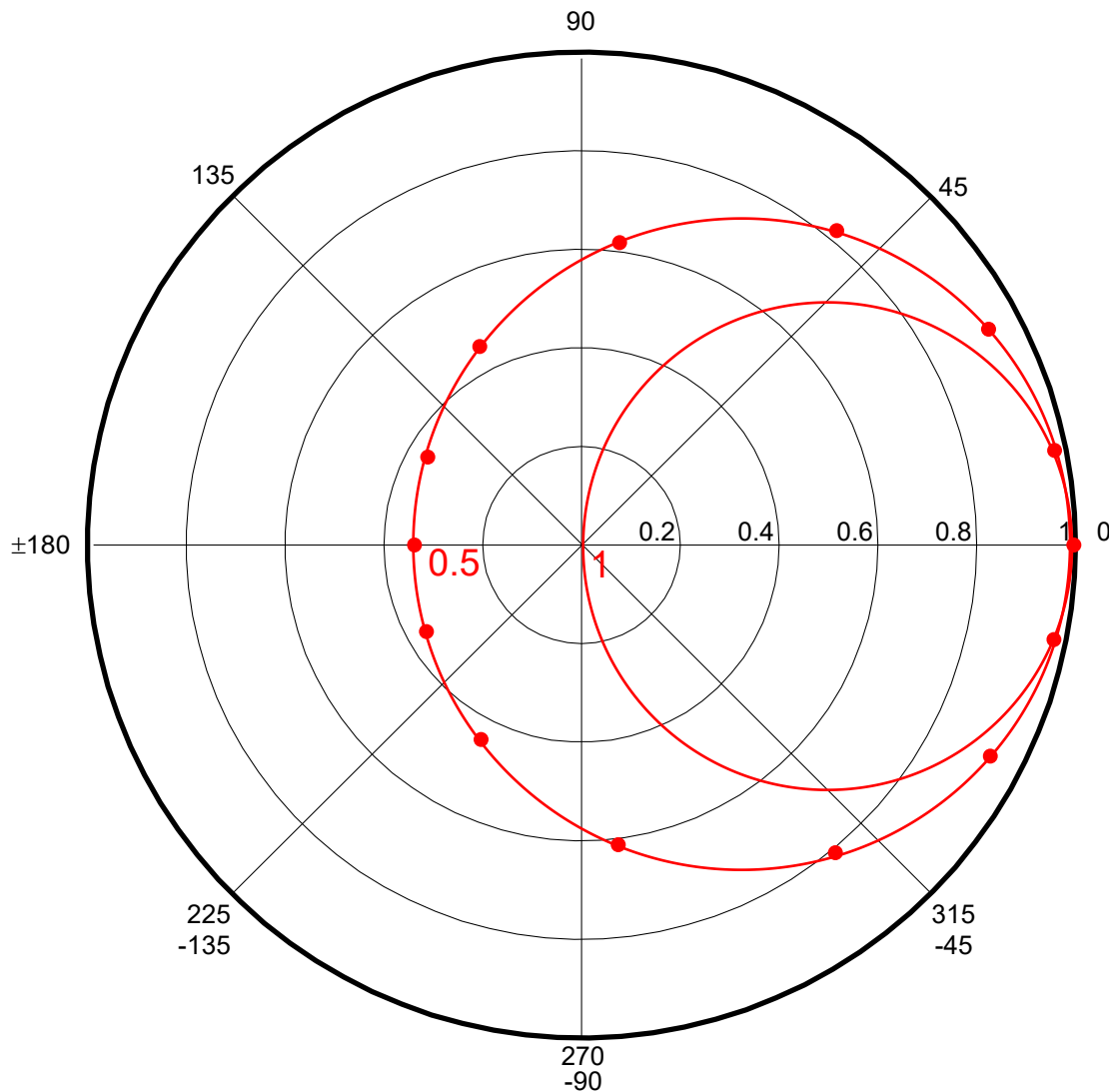


Smith圆图-阻抗圆图

画 $r = 0.5$ ($R = 0.5Z_0$),
 $-\infty < x < \infty$ 的圆图

$$\Gamma = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1} = \frac{-0.5 + jx}{1.5 + jx}$$

这代表r等于常数0.5的圆。

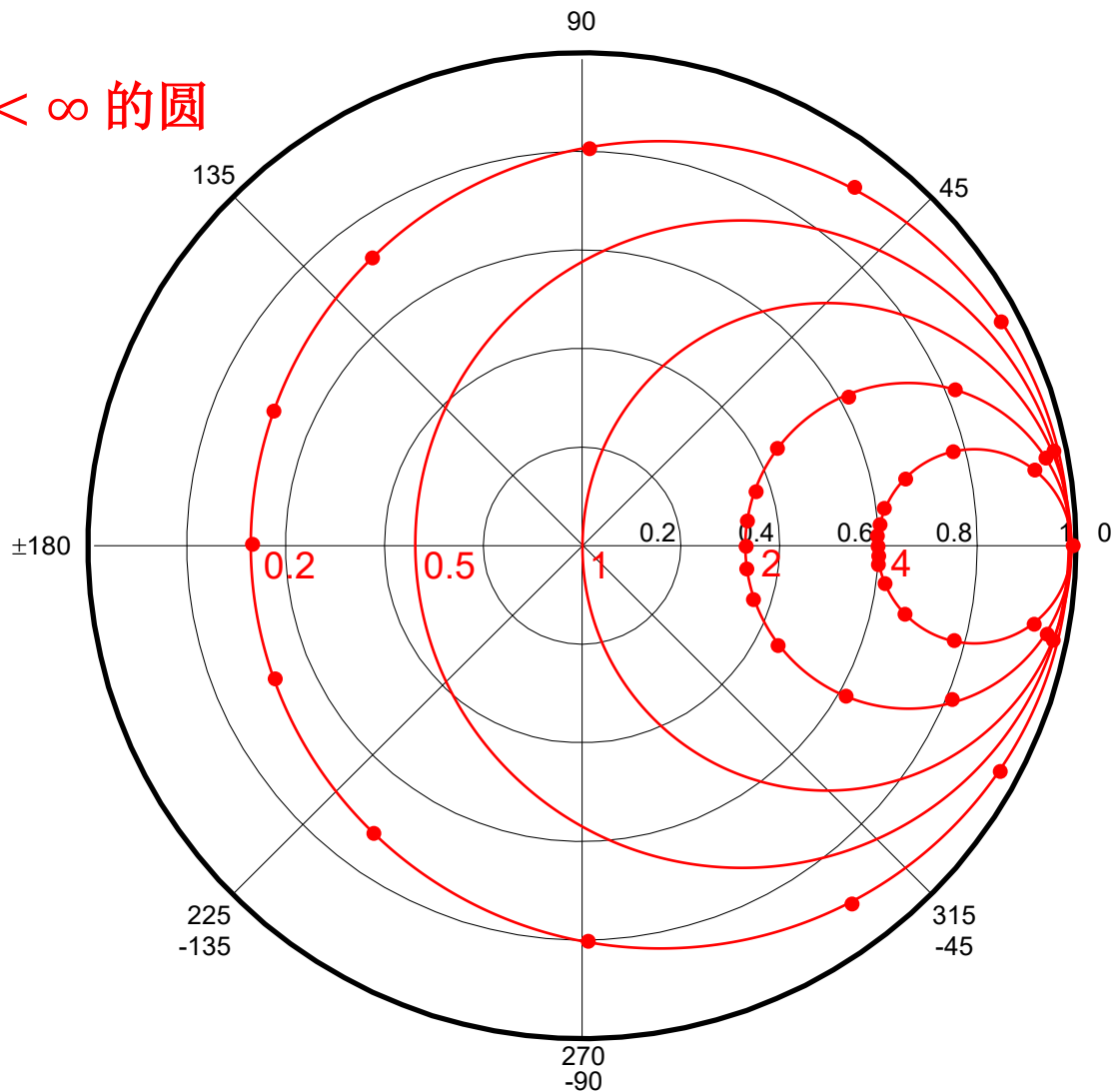


Smith圆图-阻抗圆图

画 $r = 0.2, 2, 4, -\infty < x < \infty$ 的圆图

$$\Gamma = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1}$$

更多 r 为常数的圆。

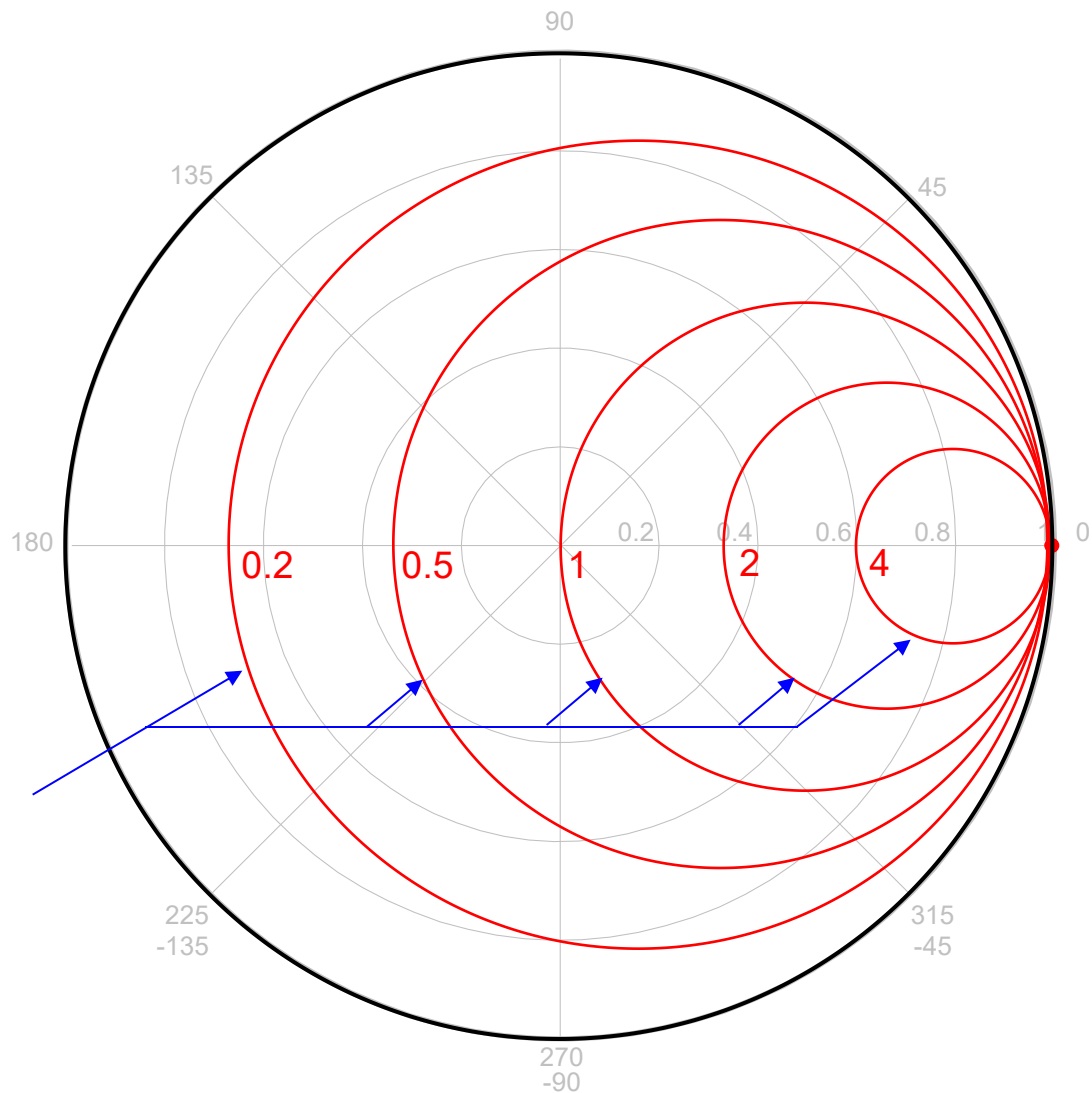


Smith圆图-阻抗圆图

$r=0.2, 0.5, 1, 2, 4$

$-\infty < x < \infty$

阻抗实部为常数的圆图

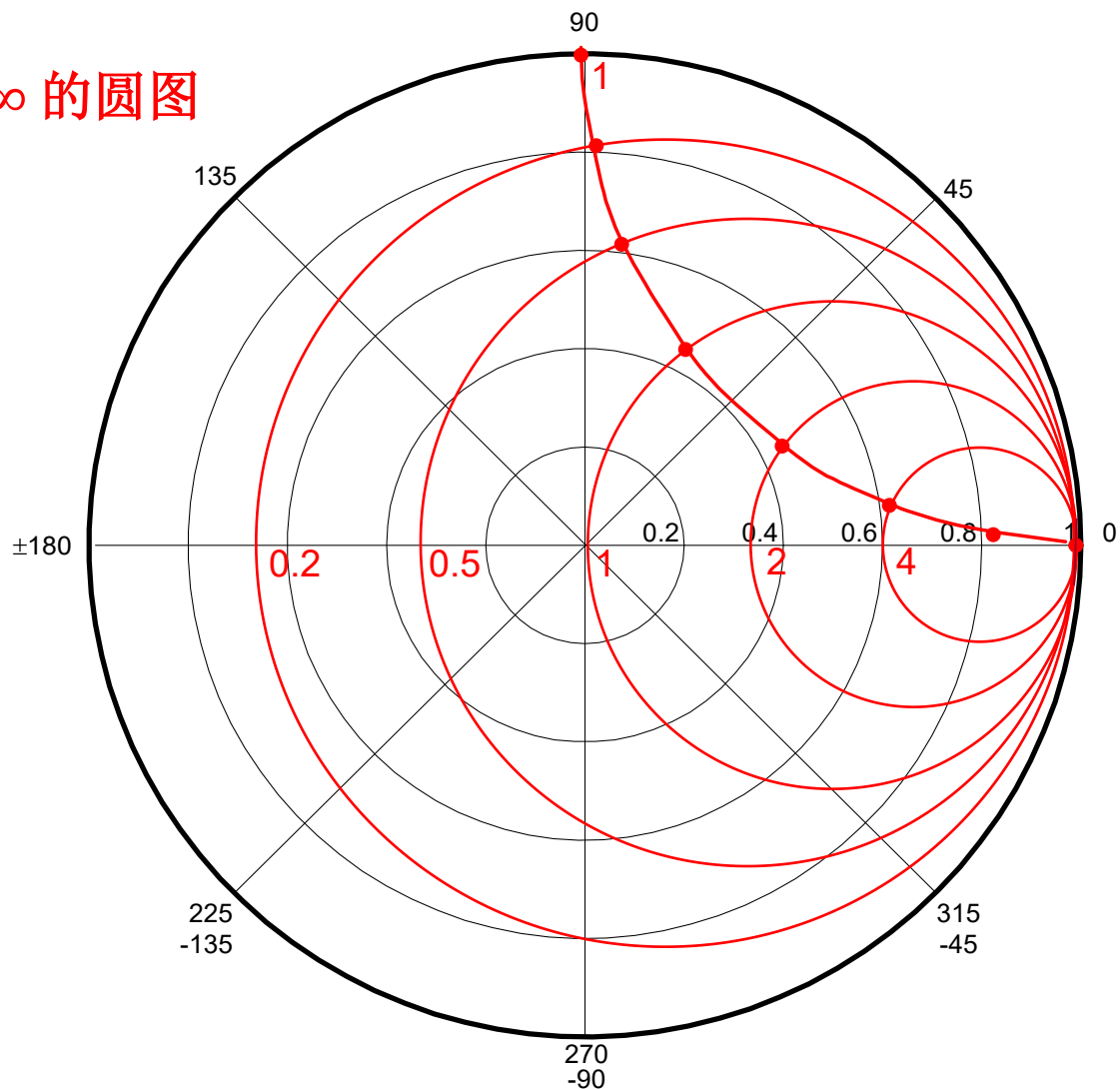


Smith圆图-阻抗圆图

画 $x = 1 (X = Z_0)$, $0 < r < \infty$ 的圆图

$$\Gamma = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1} = \frac{r + j - 1}{r + j + 1}$$

这代表 x 等于常数1的圆图。

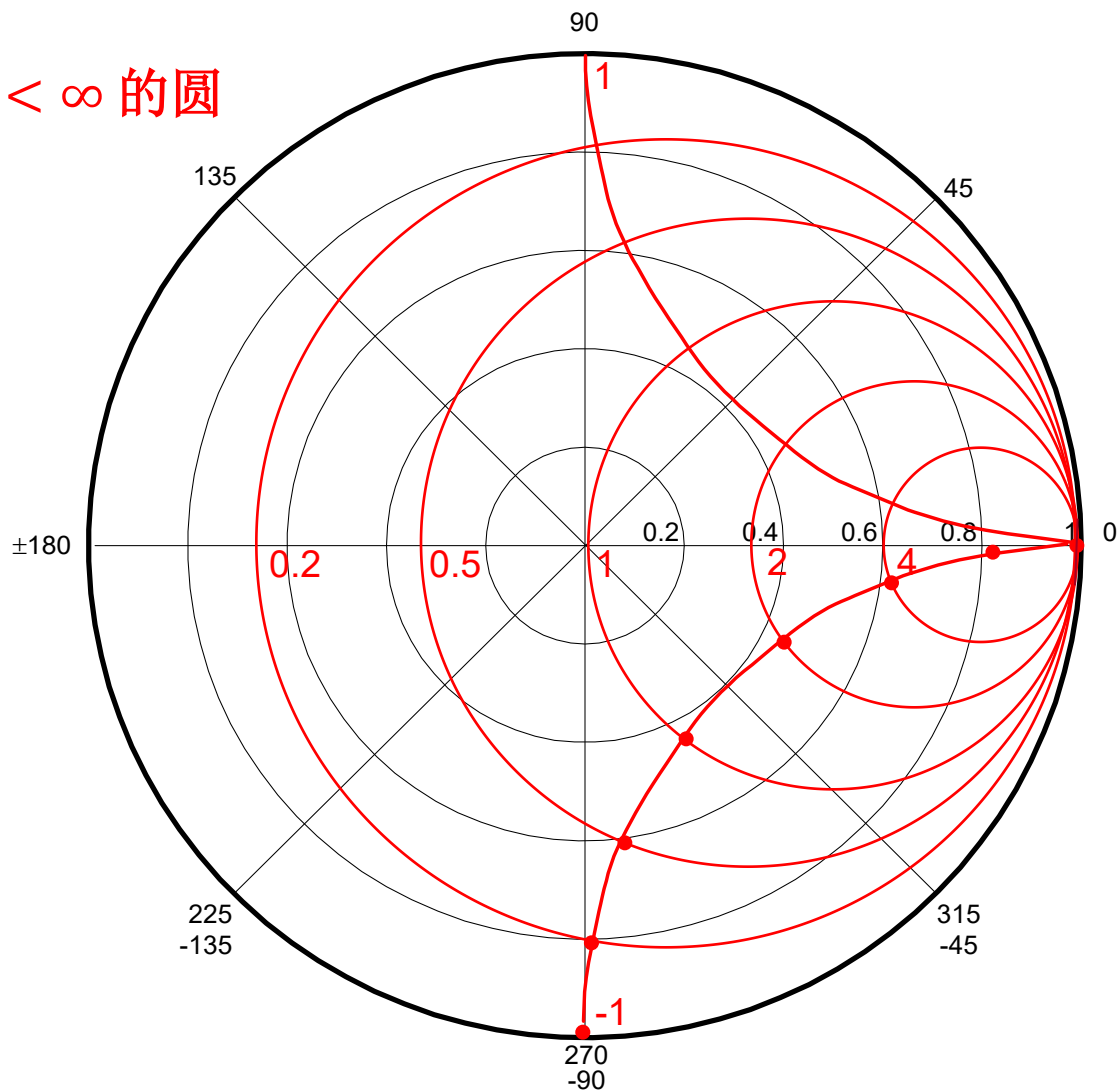


Smith圆图-阻抗圆图

画 $x = -1 (X = -Z_0)$, $0 < r < \infty$ 的圆图

$$\Gamma = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1} = \frac{r - j - 1}{r - j + 1}$$

这代表 x 等于常数-1的圆图。



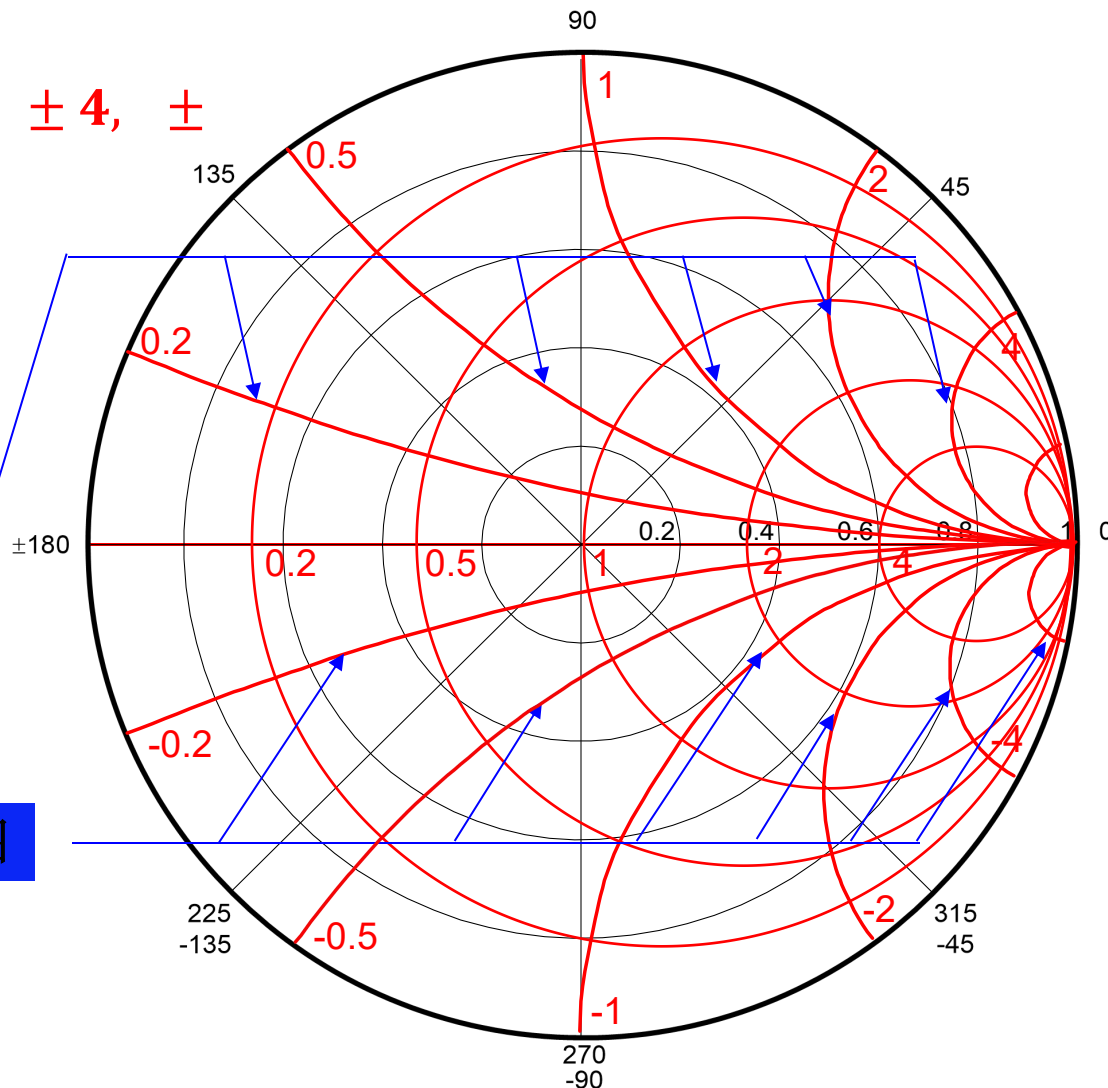
Smith圆图-阻抗圆图

画 $x = \pm 0.2, \pm 0.5, \pm 2, \pm 4, \pm 10, 0 < r < \infty$ 的圆图

$$\Gamma = \frac{r + jx - 1}{r + jx + 1}$$

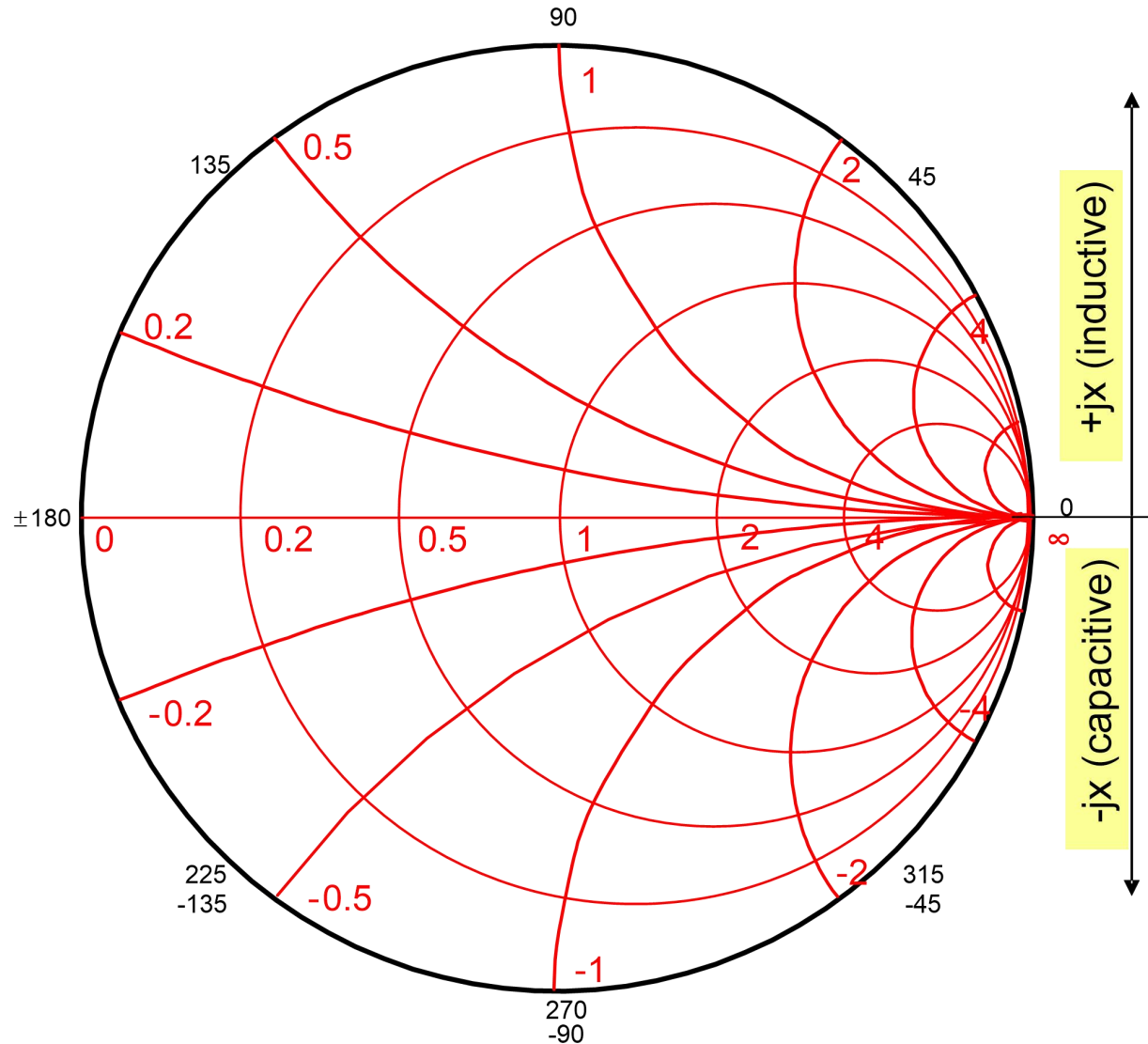
这代表 x 等于常数-1的圆图。

阻抗虚部为常数的圆图



Smith圆图-阻抗圆图

虚部圆图



Smith圆图-导纳圆图

$$\Gamma = \frac{Y_0 - Y}{Y_0 + Y} = \frac{1 - \frac{Y}{Y_0}}{1 + \frac{Y}{Y_0}}$$

Γ : 复数形式的反射系数 = $|\Gamma|\angle\theta$

Z : 复数形式的导纳 = $G + jB$

Y_0 : 特性导纳

$$Y_0 = 1/Z_0$$

归一化导纳表示为

$$y = \frac{Y}{Y_0} = \frac{G}{Y_0} + j\frac{B}{Y_0} = g + jb$$

归一化反射系数表示为

$$\Gamma = \frac{1 - y}{1 + y} = \frac{1 - g - jb}{1 + g + jb}$$

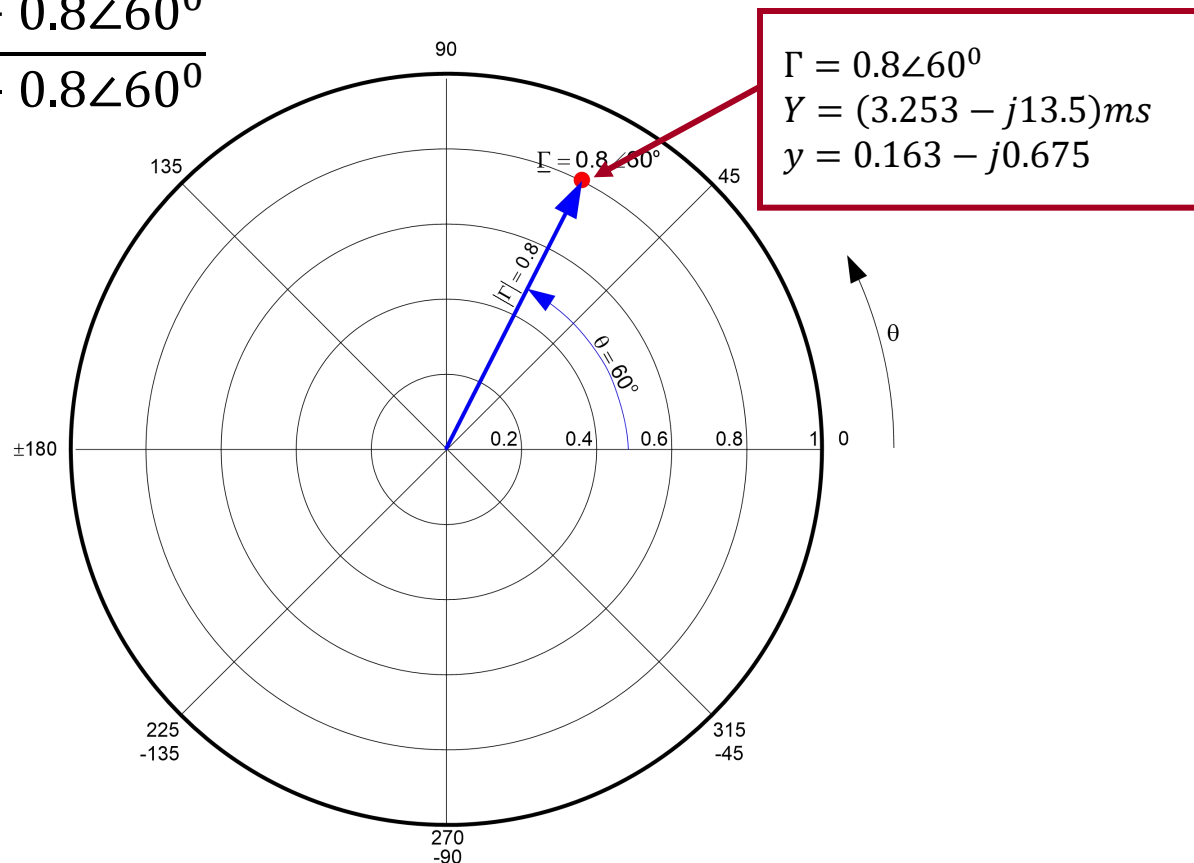
Smith圆图-导纳圆图

每个反射系数对应一个复数导纳 Y ，或一个归一化的复数导纳 y 。

$$Y = Y_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = 20ms \frac{1 + 0.8\angle 60^\circ}{1 - 0.8\angle 60^\circ}$$

$$= (3.253 - j13.5)ms$$

$$y = 0.163 - j0.675$$

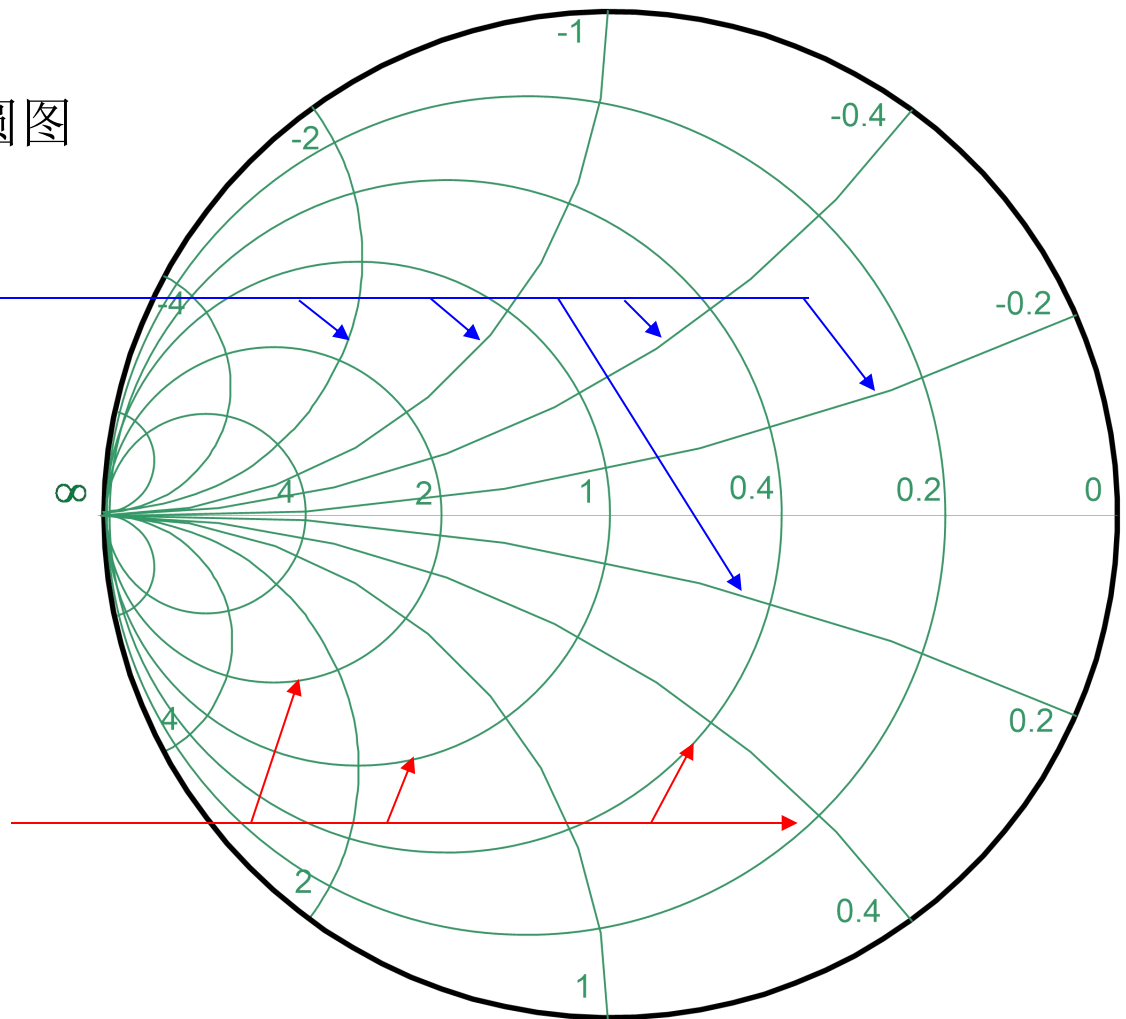


Smith圆图-导纳圆图

相同的步骤可得到电纳圆图

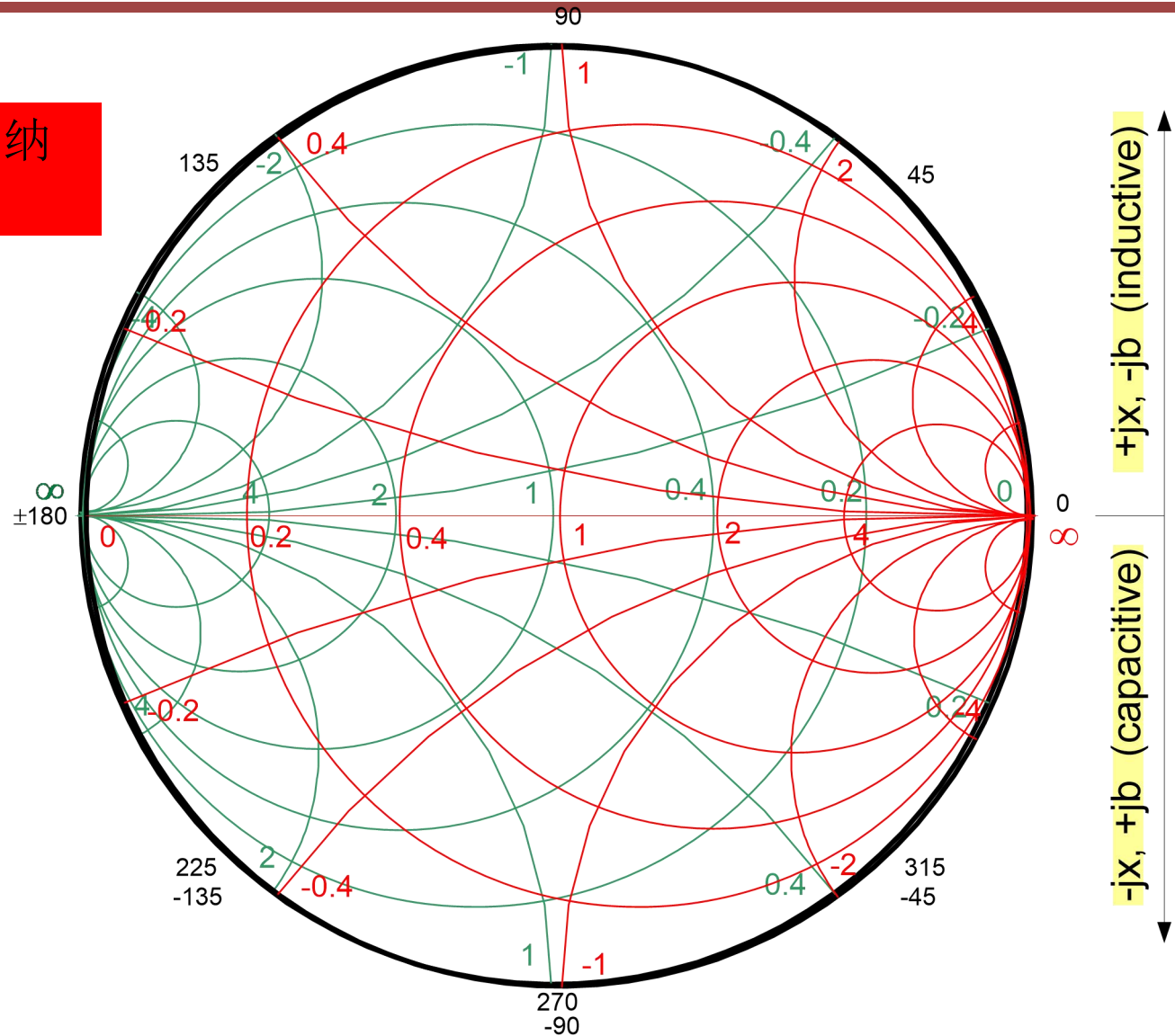
导纳虚部为常数的圆图

导纳实部为常数的圆图



Smith圆图

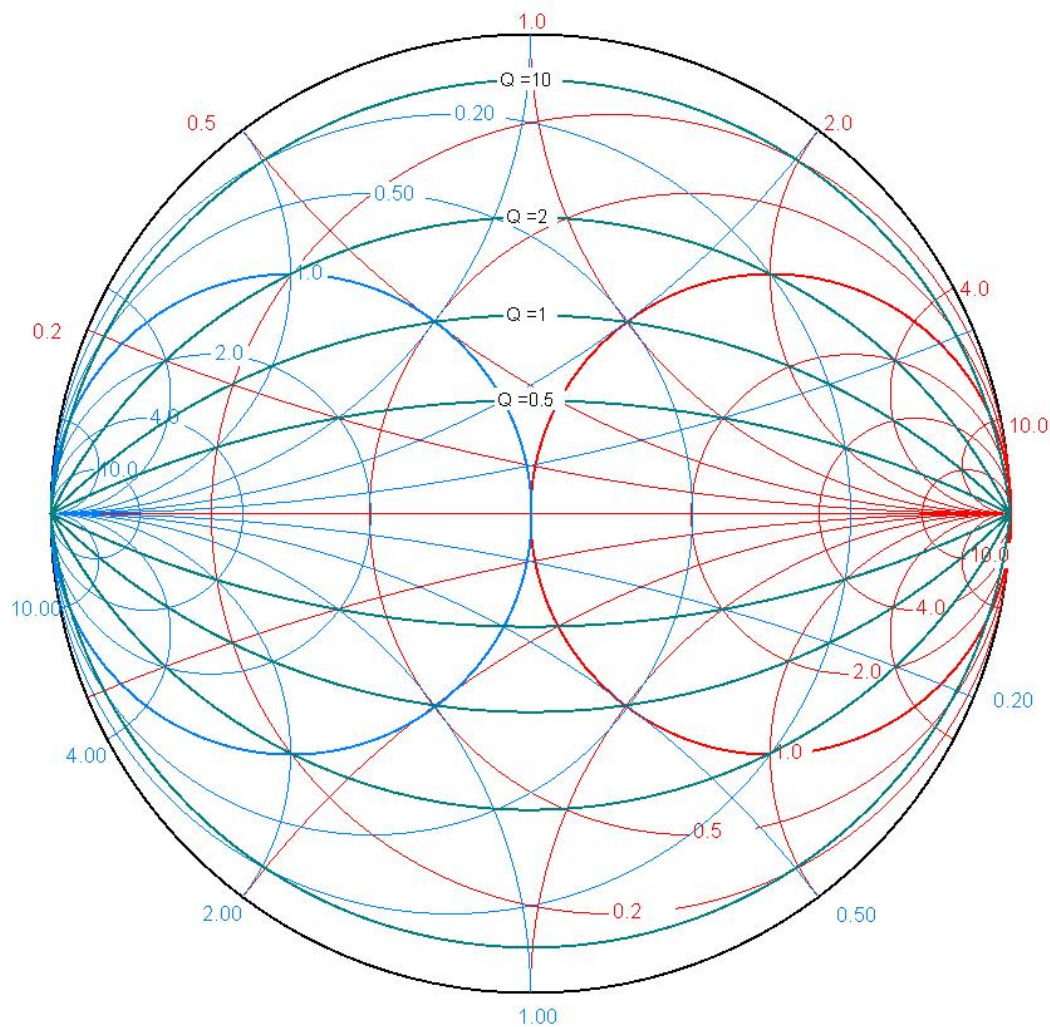
阻抗圆图与导纳
圆图的叠加



等Q值Smith圆图曲线

Q值为常数的圆

$$Q = \frac{X}{R} = \frac{B}{G} = \text{constant}$$



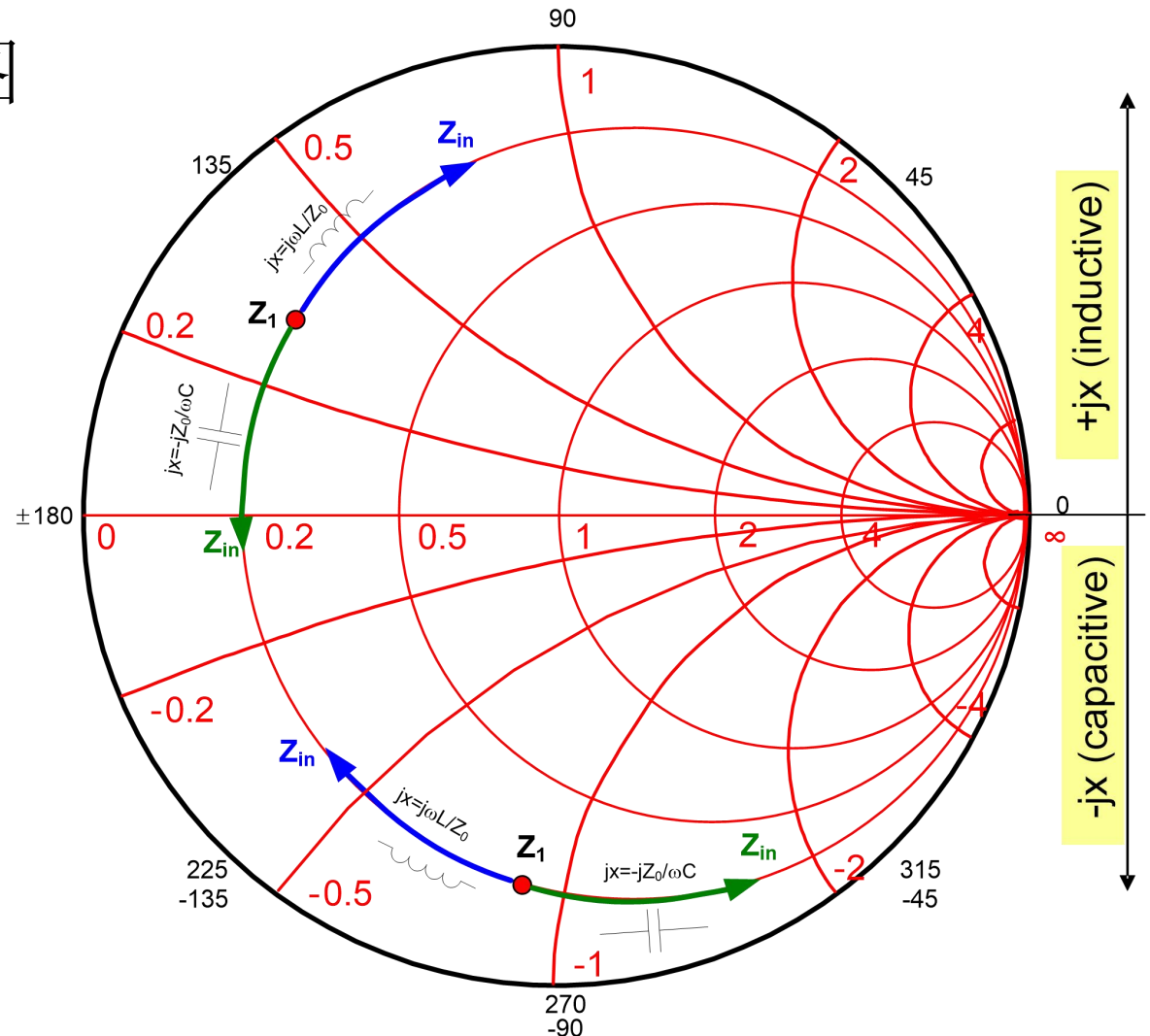
6.3.2.1 阻抗圆图

The diagram shows an AC circuit. On the left, an input voltage source is represented by a circle with a vertical line through it, labeled Z_{in} . This source is connected in series with a rectangular block labeled jX . The output of this series combination is connected to another rectangular block labeled Z_1 , which is then connected to a ground symbol (a horizontal line with a vertical line below it).

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{R}_1 + j\mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{Z}_{in} = \mathbf{R} + \mathbf{j}(\mathbf{X}_1 \pm \mathbf{X})$$

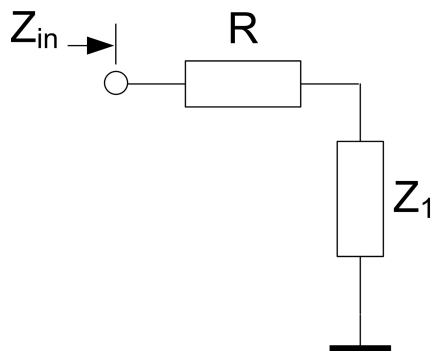
阻抗实部为常数



Smith圆图的应用

6.3.2.1 阻抗圆图

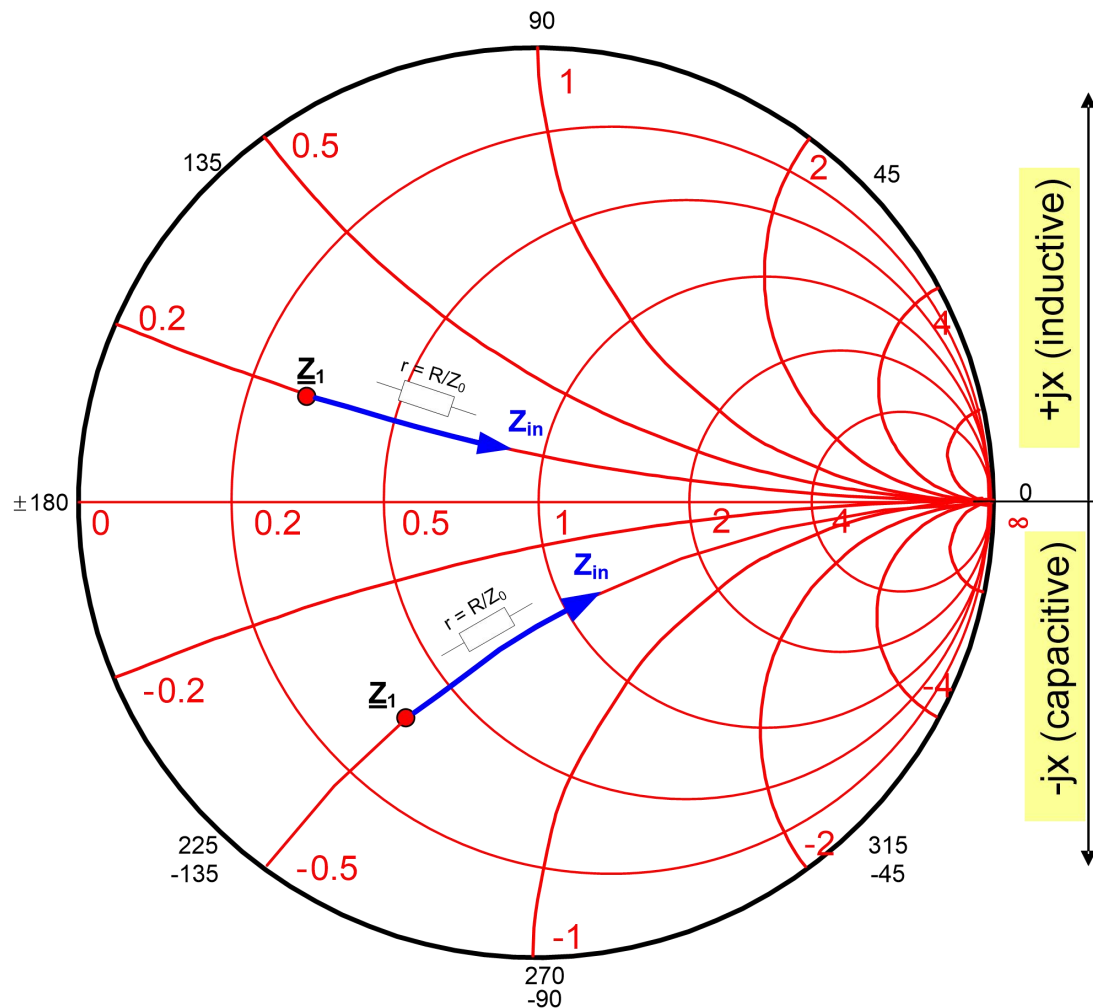
---串联 R



$$Z_1 = R_1 + jX_1$$

$$Z_{in} = (R_1 + R) + jX_1$$

阻抗虚部为常数

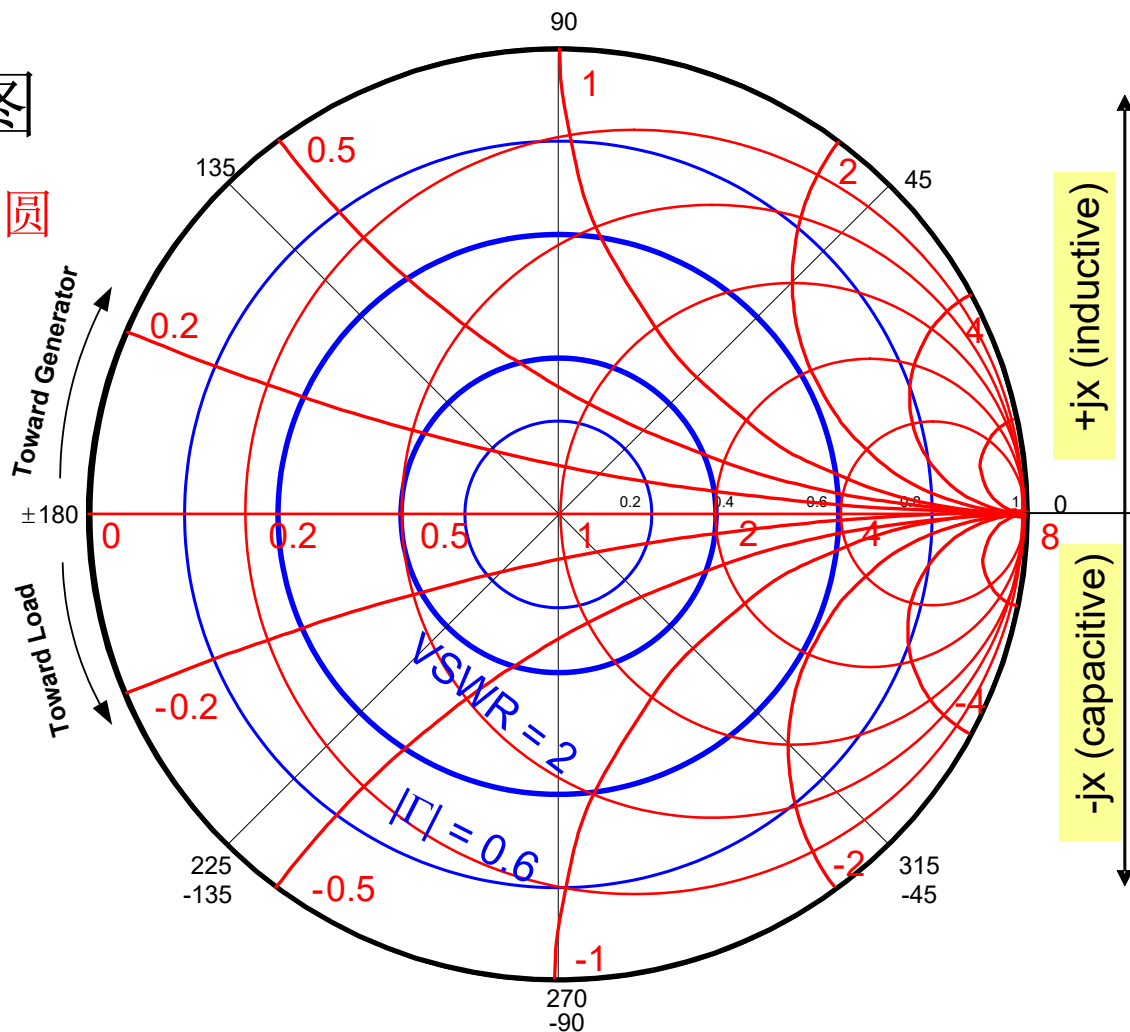


Smith圆图的应用

6.3.2.1 阻抗圆图

-----等反射系数和驻波比圆

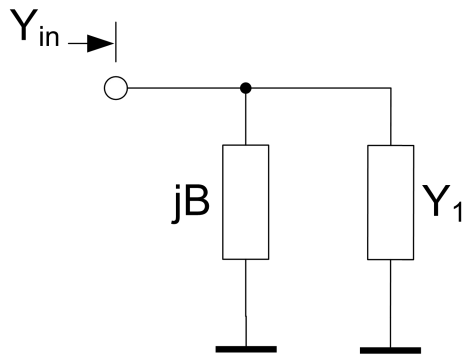
$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$



Smith圆图的应用

6.3.2.2 导纳圆图

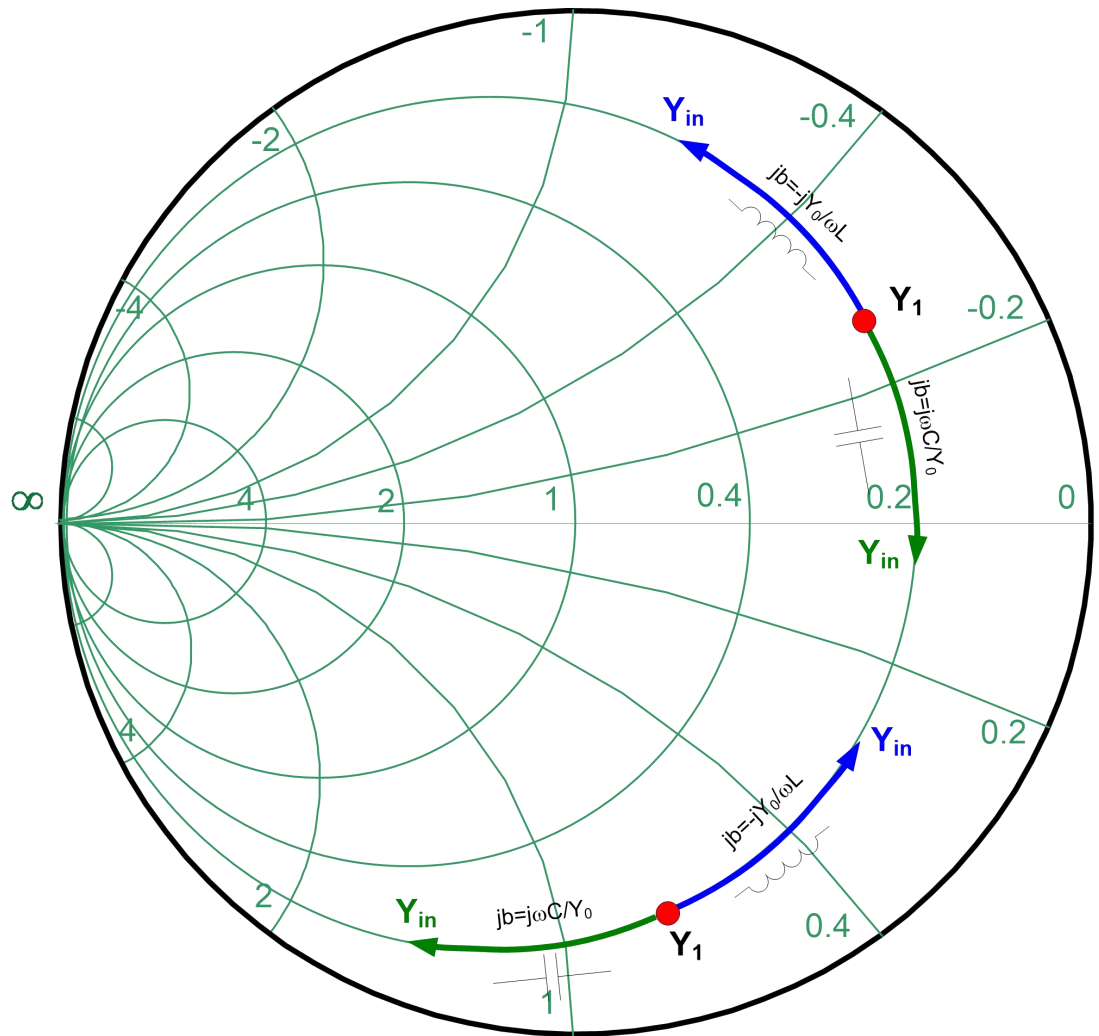
----并联L或C



$$Y_1 = G_1 + jB_1$$

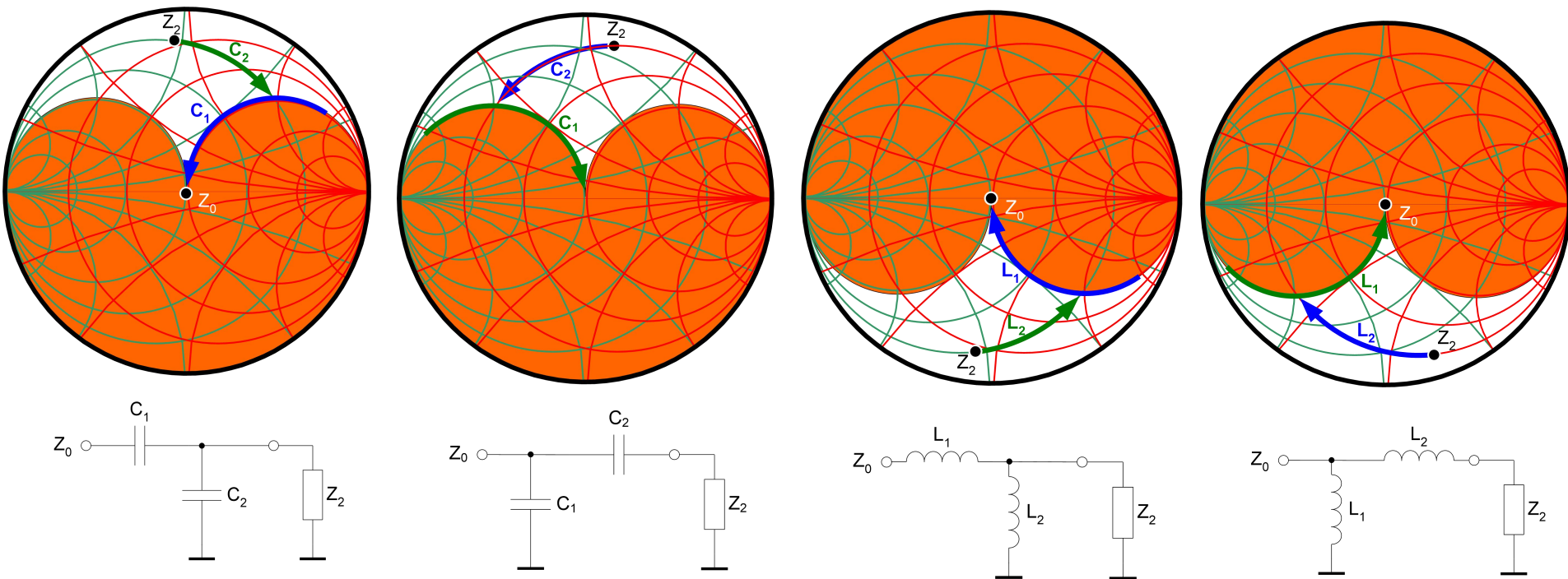
$$Y_{in} = G + j(B_1 \pm B)$$

电抗实部为常数



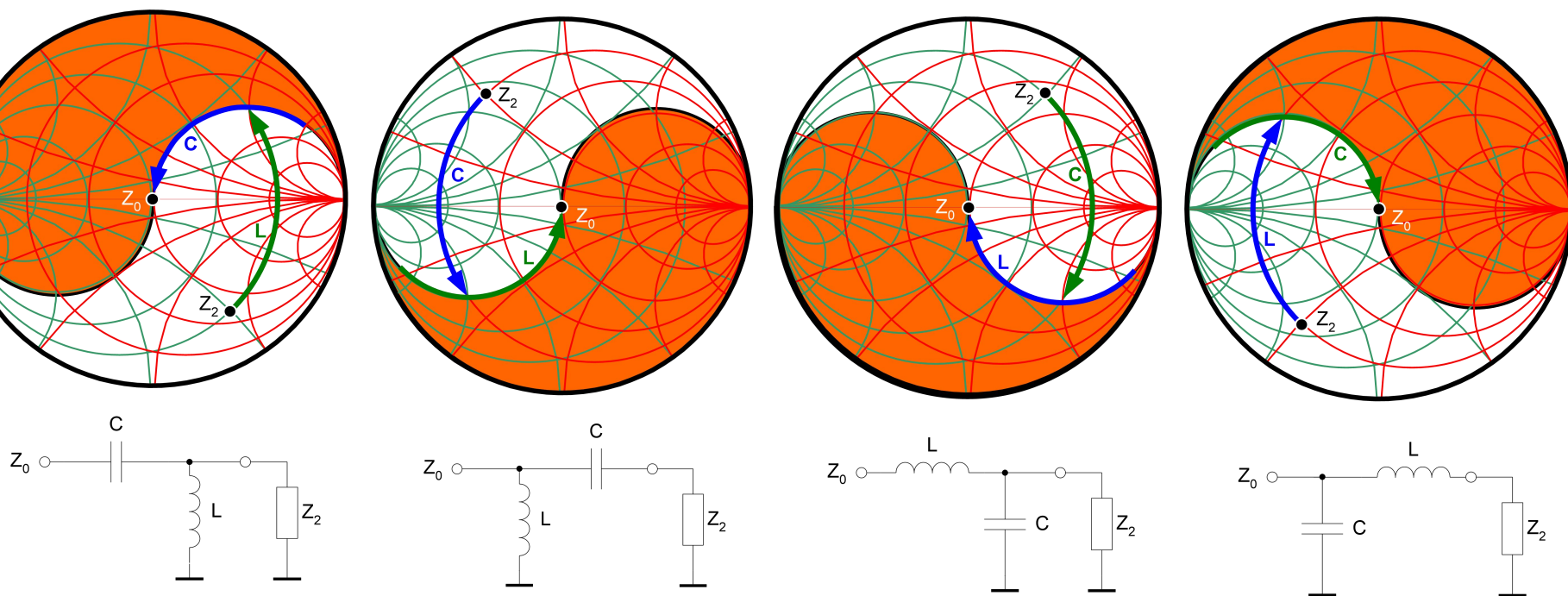
Smith圆图的应用

用L网络将 Z_2 匹配到 Z_0



Smith圆图的应用

用L网络将 Z_2 匹配到 Z_0



The End !