

第3章 电路定理

提要 本章介绍电路理论中的几个常用定理。首先介绍置换定理；然后介绍齐性定理和叠加定理；它们是体现线性电路特点的重要定理，是线性方程的齐次性和可加性在电路中的体现；其次介绍戴维南定理和诺顿定理，它们是化简线性一端口电路的有效方法；最后介绍与基尔霍夫定律同样适用的特勒根定理，并以此证明互易定理。

本章目次

1 置换定理

2 齐性和叠加定理

3 等效电源定理

4 特勒根定理

5 互易定理

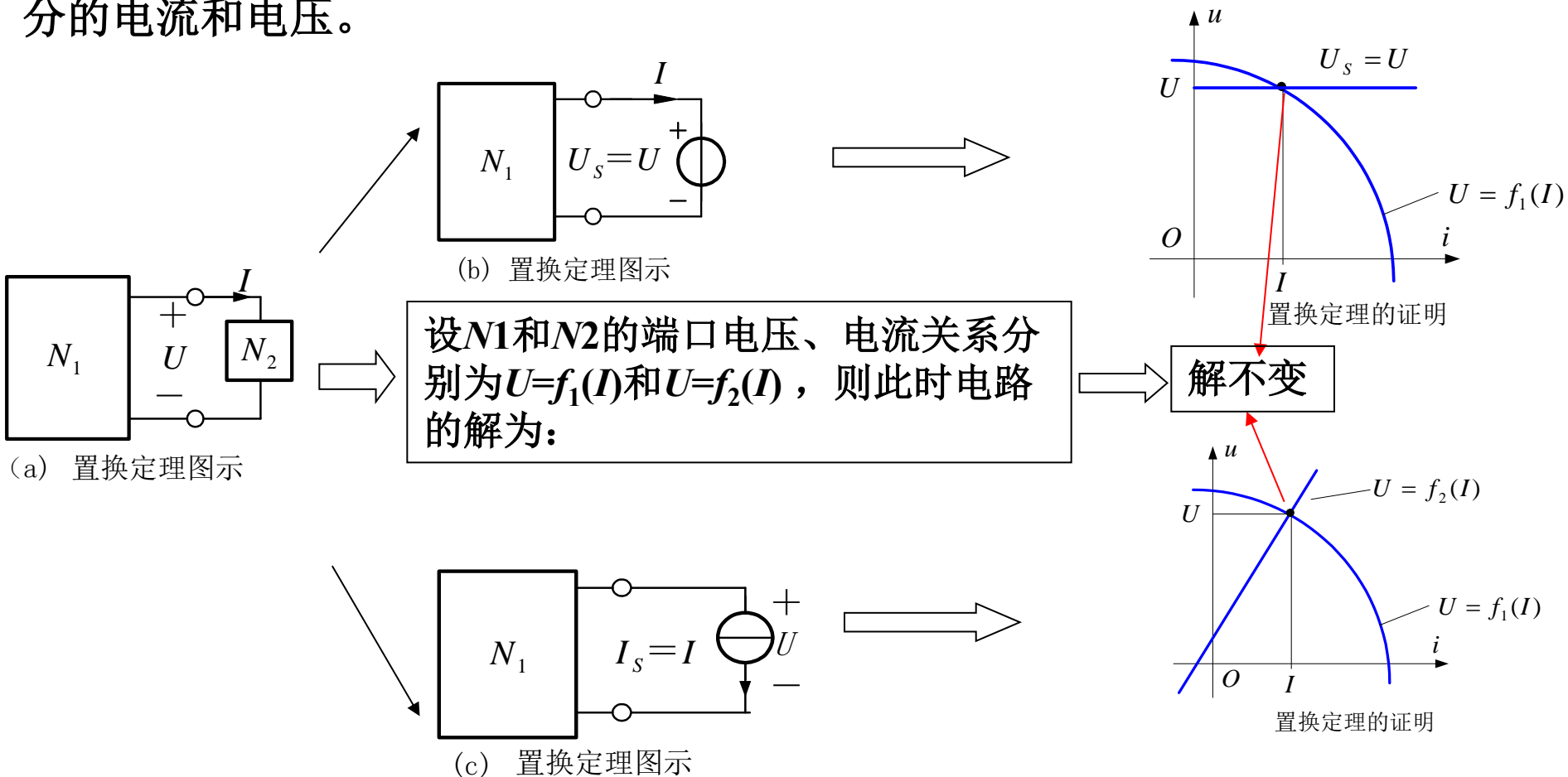
6 对偶原理

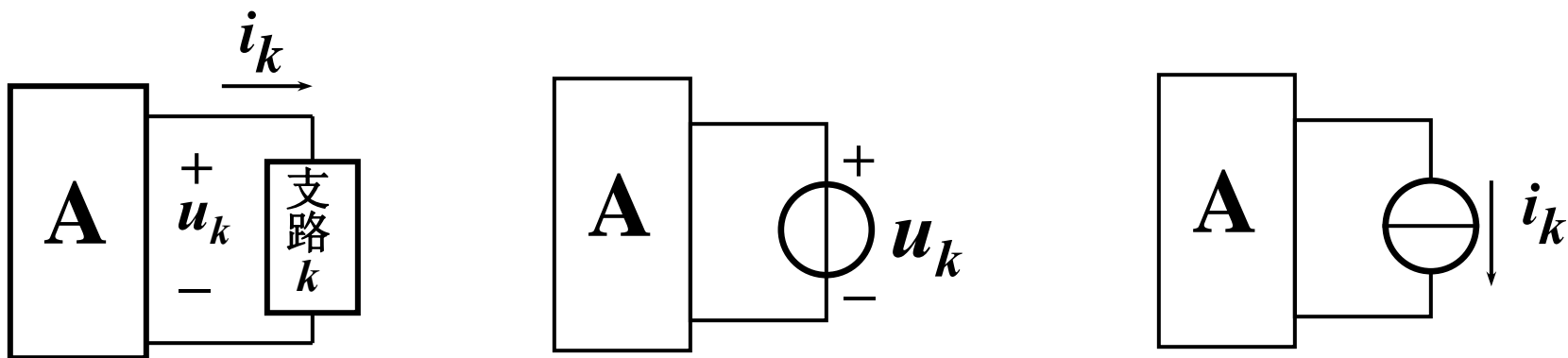
7 最大功率传输定理

3.1 置换定理

基本要求：理解置换定理的原理和内容，并能正确应用置换定理。

置换定理： 在任意线性和非线性电路中，若某一端口的电压和电流为 U 和 I ，则可用 $U_s = U$ 的电压源或 $I_s = I$ 的电流源来置换此一端口，而不影响电路中其它部分的电流和电压。





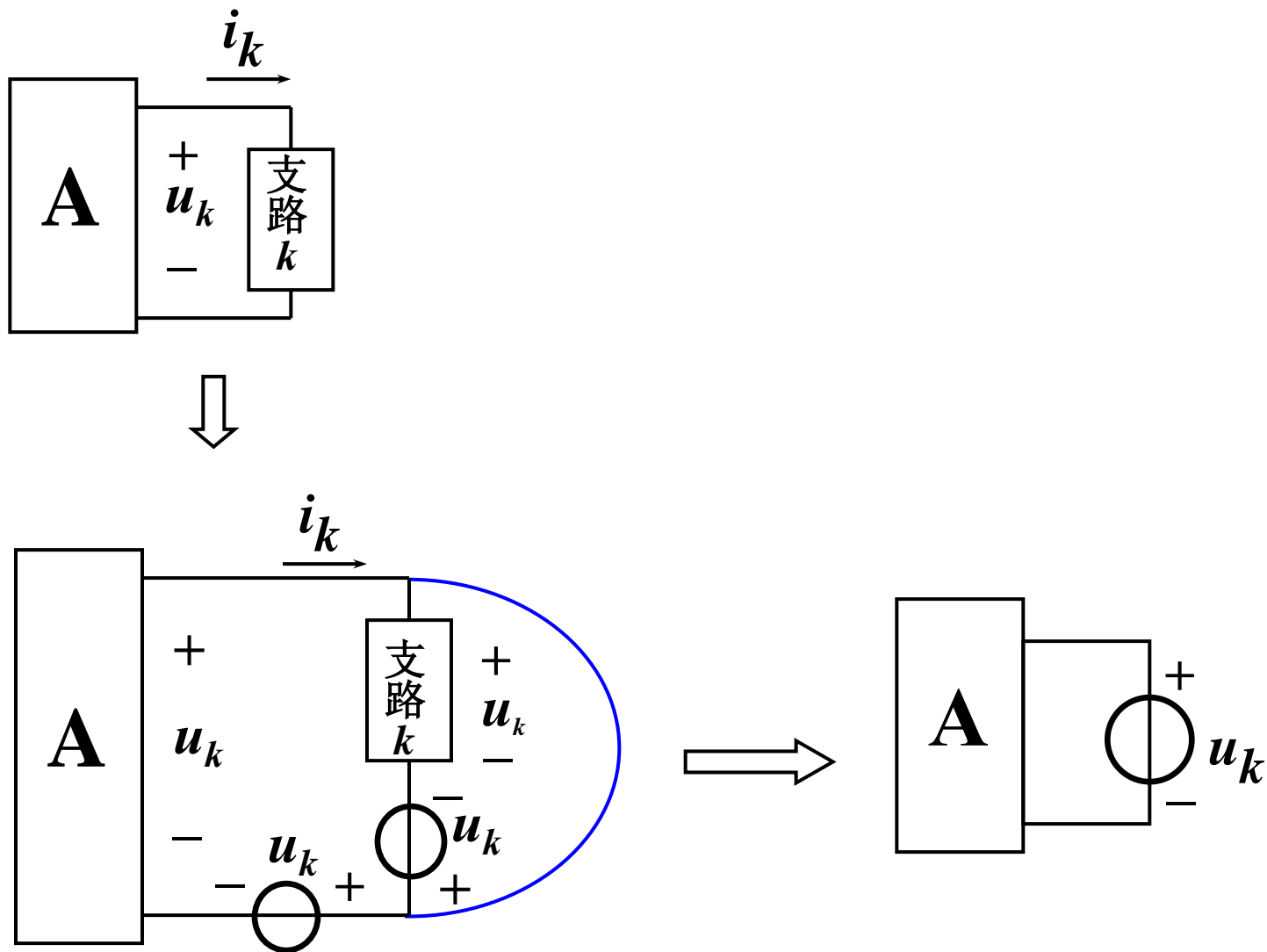
证明:

替代前后KCL、KVL关系相同，其余支路的 u ， i 关系不变。

用 u_k 替代后，其余支路电压不变（KVL），其余支路电流也不变，故第 k 条支路 i_k 也不变（KCL）。

用 i_k 替代后，其余支路电流不变（KCL），其余支路电压不变，故第 k 条支路 u_k 也不变（KVL）。

又证:



证毕!

说明: (1) 置换定理要求置换后的电路有惟一解;

(2) 置换定理既适用于线性电路, 也适用于非线性电路;

(3) 除被置换部分发生变化外, 其余部分在置换前后必须保持完全相同;

(4) 若电路中某两点间电压为零, 则可将量值为零的电压源接于该两点间, 相当于将该两点短路; 若电路中某支路电流为零, 则可将量值为零的电流源串接于该支路, 相当于将该支路断开。

例题 3.1

图(a)所示电路, 已知 $I_2=2\text{A}$, 求电阻 R 和电流 I_1 。

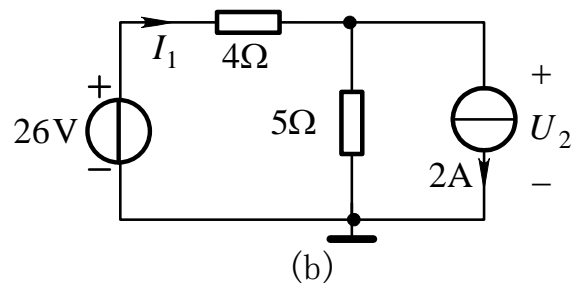
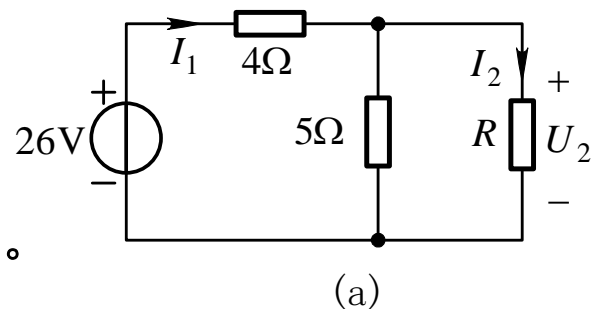
解

根据置换定理, 用 2A 电流源置换电阻 R 得图(b)所示电路。
列节点电压方程:

$$\left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{5\Omega}\right)U_2 = \frac{26\text{V}}{4\Omega} - 2\text{A} \Rightarrow U_2 = 10\text{V}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_2}{I_2} = 5\Omega$$

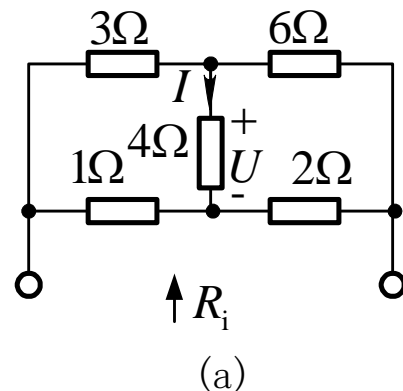
$$\Rightarrow I_1 = \frac{26\text{V} - U_2}{4\Omega} = 4\text{A}$$



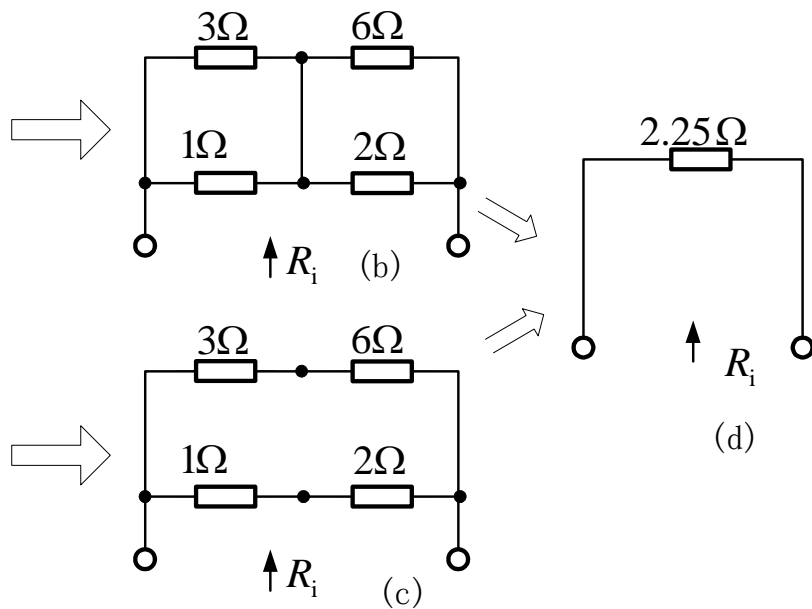
例题 3.2

求图(a)所示电路的等效电阻 R_i 。

分析：图(a)电路满足**电桥平衡条件**，所以 4Ω 电阻电流和电压均为零。根据置换定理，可用量值为零的电压源(即短路线)或者用量值为零的电流源(即断路)置换该电阻。做上述置换后，便可容易求出等效电阻。



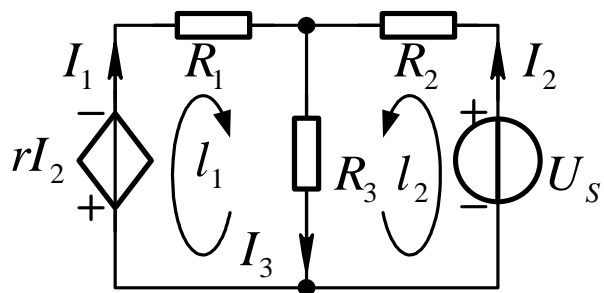
$$R_i = \frac{1 \times 3}{1 + 3} \Omega + \frac{2 \times 6}{2 + 6} \Omega = 2.25 \Omega \quad \leftarrow$$



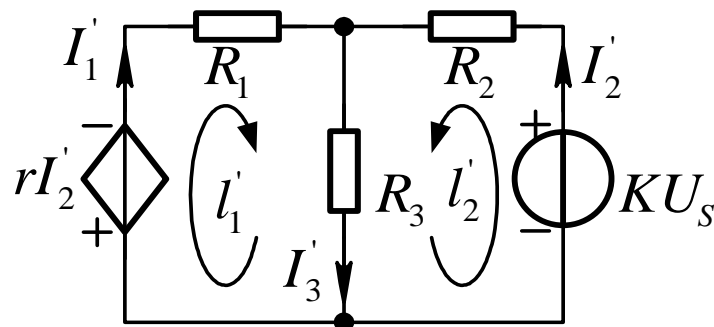
$$R_i = \frac{(1 + 2) \times (3 + 6)}{(1 + 2) + (3 + 6)} \Omega = 2.25 \Omega \quad \leftarrow$$

基本要求：透彻理解并熟练应用齐性定理和叠加定理。

1 齐性定理



齐性定理示例



齐性定理示例

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3)I_1 + (R_3 + r)I_2 &= 0 \\ R_3I_1 + (R_2 + R_3)I_2 &= U_s \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3)I'_1 + (R_3 + r)I'_2 &= 0 \\ R_3I'_1 + (R_2 + R_3)I'_2 &= KU_s \end{aligned} \right\}$$

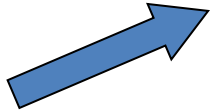
$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_3)(KI_1) + (R_3 + r)(KI_2) &= 0 \\ R_3(KI_1) + (R_2 + R_3)(KI_2) &= KU_s \end{aligned} \right\}$$

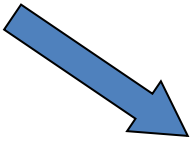
$$I'_1 = KI_1$$

$$I'_2 = KI_2$$

齐性定理 (homogeneity theorem)：在**只有一个激励 X 作用的线性电路**中，设任一响应为 Y ，记作 $Y=f(X)$ ，若将该激励乘以常数 K ，则对应的响应 Y' 也等于原来响应乘以同一常数，即 $Y'=f(KX)=Kf(X)=KY$ 。

A_1 与电源无关，由电路的结构和参数决定，电流与电源呈线性关系


$$I_1 = -\frac{R_3 + r}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_3 - r)} U_S = A_1 U_S$$

$$I_2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_3 - r)} U_S = A_2 U_S$$


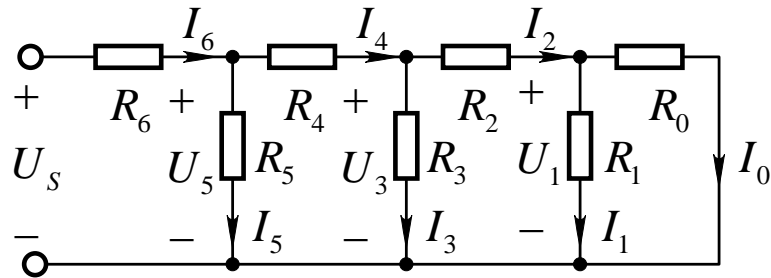
对于线性直流电路，若电路中只有一个激励，则响应与激励成正比

线性电路中，所有激励(独立源)都增大(或减小)同样的倍数，则电路中响应(电压或电流)也增大(或减小)同样的倍数。

A_2 与电源无关，由电路的结构和参数决定，电流与电源呈线性关系

例题 3.3

图示电路中电阻 $R_0=R_2=R_4=R_6=4\Omega$,
 $R_1=R_3=R_5=8\Omega$ 。(1)若使 $I_0=1\text{A}$, 求 U_S 的
 值。(2)若 $U_S=85\text{V}$, 求各支路电流。



解

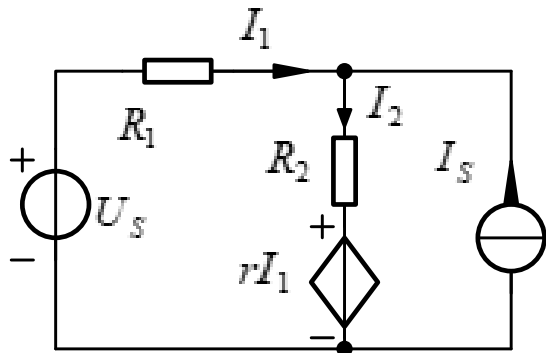
$$I_0 = 1\text{A} \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{R_0 I_0}{R_1} = 0.5\text{A} \Rightarrow I_2 = I_1 + I_0 = 1.5\text{A} \Rightarrow I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{R_2 I_2 + R_1 I_1}{R_3} = 1.25\text{A}$$

$$\Rightarrow I_4 = I_2 + I_3 = 2.75\text{A} \Rightarrow I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{R_4 I_4 + R_3 I_3}{R_5} = 2.75\text{A} \Rightarrow I_6 = I_4 + I_5 = 5.5\text{A}$$

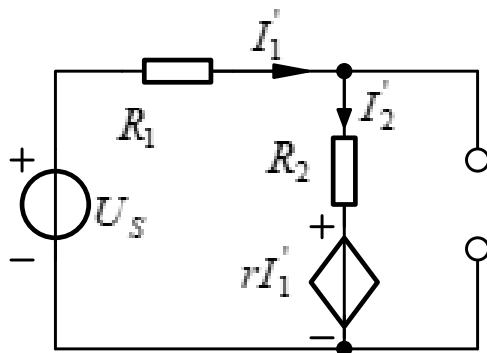
$$\Rightarrow U_S = R_6 I_6 + R_5 I_5 = 42.5\text{V}$$

$U_S = 85\text{V}$ 时是 42.5V 的2倍, 所以电路中所有的电压、电流均应该增大2倍, 据此可以求出电路中其他各处电压电流。

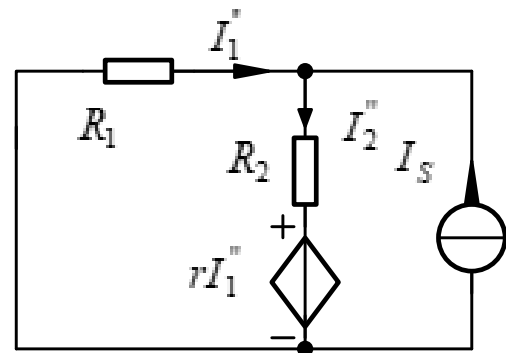
2 叠加定理



(a)



(b)



(c)

叠加定理示例

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 = I_s \\ (R_1 + r)I_1 + R_2 I_2 = U_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} -I_1' + I_2' = 0 \\ (R_1 + r)I_1' + R_2 I_2' = U_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} -I_1'' + I_2'' = I_s \\ (R_1 + r)I_1'' + R_2 I_2'' = 0 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{-R_2}{R_1 + R_2 + r} I_s + \frac{1}{R_1 + R_2 + r} U_s$$

$$I_1' = \frac{1}{R_1 + R_2 + r} U_s$$

$$I_1'' = \frac{-R_2}{R_1 + R_2 + r} I_s$$

$$I_2 = \frac{R_1 + r}{R_1 + R_2 + r} I_s + \frac{1}{R_1 + R_2 + r} U_s$$

$$I_2' = \frac{1}{R_1 + R_2 + r} U_s$$

$$I_2'' = \frac{R_1 + r}{R_1 + R_2 + r} I_s$$

注：电路中各处电压、电流为独立电源的线性组合，而系数与独立电源无关，所以 I, U 等于 $K_1 U_s + K_2 I_s$ ，其中系数 K_i 由电路的结构和参数决定。

叠加定理：在线性电路中，由几个独立电源共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的代数叠加。

注意事项：

- ① 叠加原理只适用于线性电路。
- ② 线性电路的电流或电压均可用叠加原理计算，但功率 P 不能用叠加原理计算。例：

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (I_1' + I_1'')^2 R_1 \neq I_1'^2 R_1 + I_1''^2 R_1$$

- ③ 不作用电源的处理：

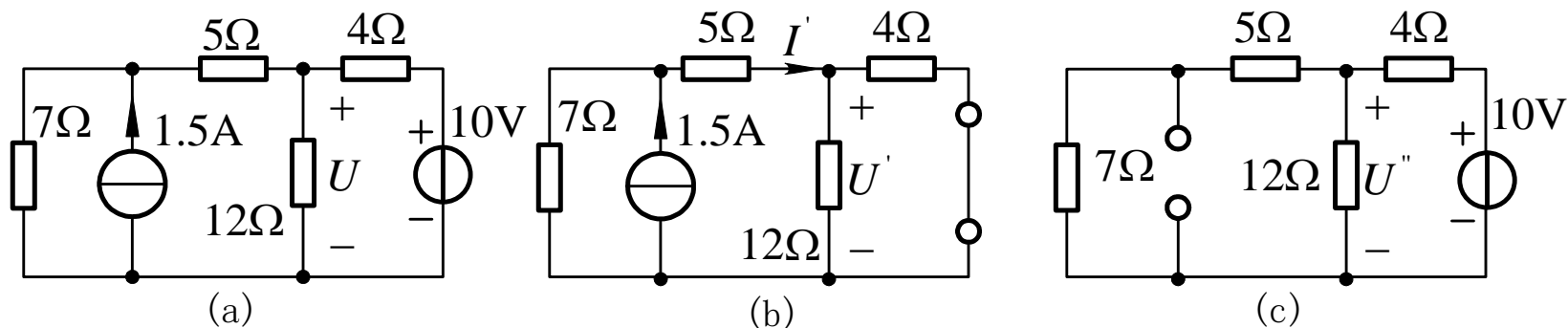
$U_s = 0$ ，即将 U_s 短路； $I_s = 0$ ，即将 I_s 开路。

- ④ 解题时要标明各支路电流、电压的参考方向。
若分电流、分电压与原电路中电流、电压的参考方向相反时，叠加时相应项前要带负号。

- ⑤ 应用叠加原理时可把电源分组求解，即每个分电路中的电源个数可以多于一个。

例题 3.4

用叠加定理计算电压 U 。



$$I' = \frac{7\Omega \times 1.5\text{A}}{(4 \parallel 12)\Omega + (5 + 7)\Omega} = 0.7\text{A}$$

$$U' = (4 \parallel 12)\Omega \times I' = 2.1\text{V}$$

+

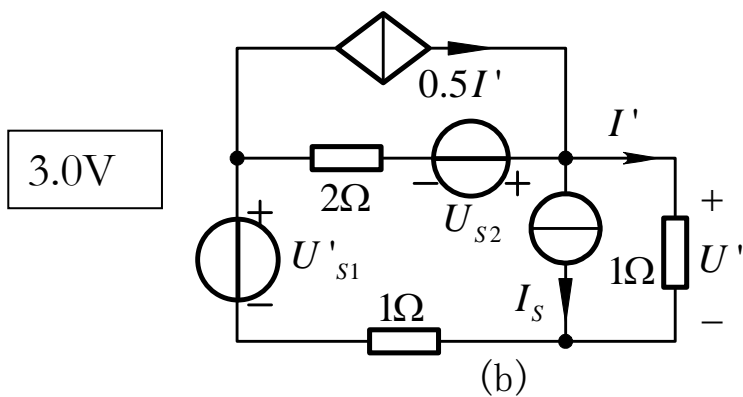
$$U'' = \frac{(5 + 7) \parallel 12}{(5 + 7) \parallel 12 + 4} \times 10\text{V} = 6\text{V}$$

||

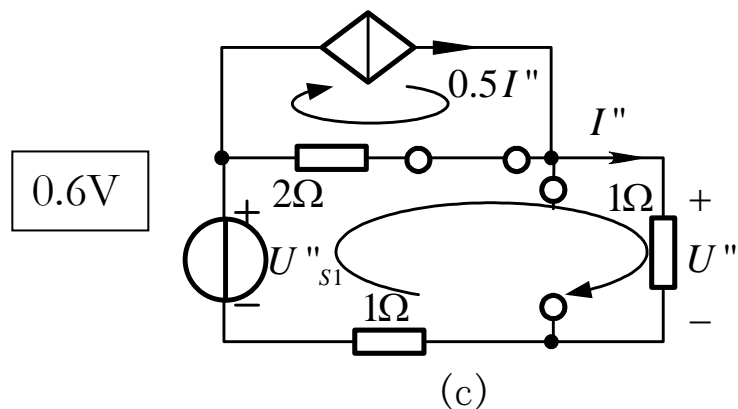
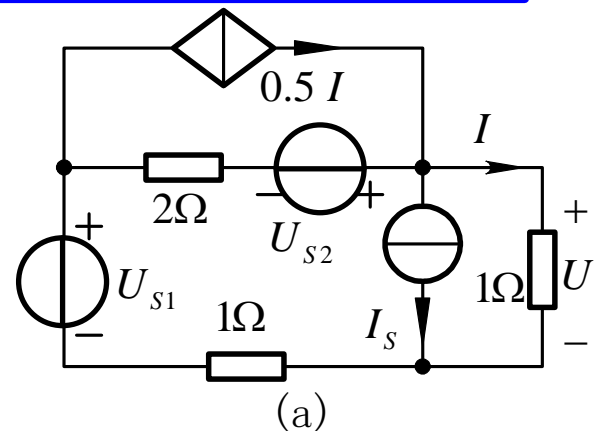
$$U = U' + U'' = 8.1\text{V}$$

例题 3.5

已知当 $U_{s1}=3V$ 时, 电压 $U=4V$ 。求当 $U_{s1}=3.6V$, 其它条件不变时电压 U 的值。



$$U = U' = 4V \quad +$$



$$(1+2+1)\Omega \times I'' - 2\Omega \times 0.5I'' = 0.6V$$

⇓

$$I'' = 0.2A$$

⇓

$$U'' = 1\Omega \times I'' = 0.2V$$

例题 补充

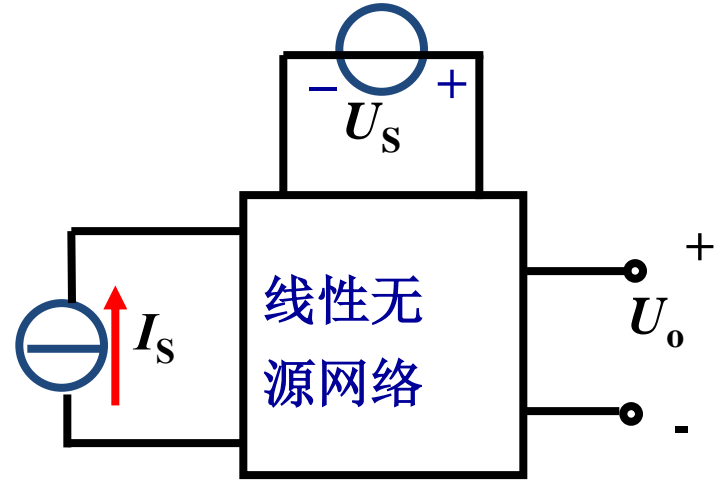
已知:

$$U_S = 1\text{V}、I_S = 1\text{A} \text{ 时, } U_o = 0\text{V}$$

$$U_S = 10\text{V}、I_S = 0\text{A} \text{ 时, } U_o = 1\text{V}$$

求:

$$U_S = 5\text{V}、I_S = 10\text{A} \text{ 时, } U_o = ?$$



解: 电路中有两个电源作用, 根据叠加原理可设

$$U_o = K_1 U_S + K_2 I_S$$

当 $U_S = 1\text{V}、I_S = 1\text{A}$ 时,

$$\text{得 } 0 = K_1 \times 1 + K_2 \times 1$$

当 $U_S = 10\text{V}、I_S = 0\text{A}$ 时,

$$\text{得 } 1 = K_1 \times 10 + K_2 \times 0$$

}

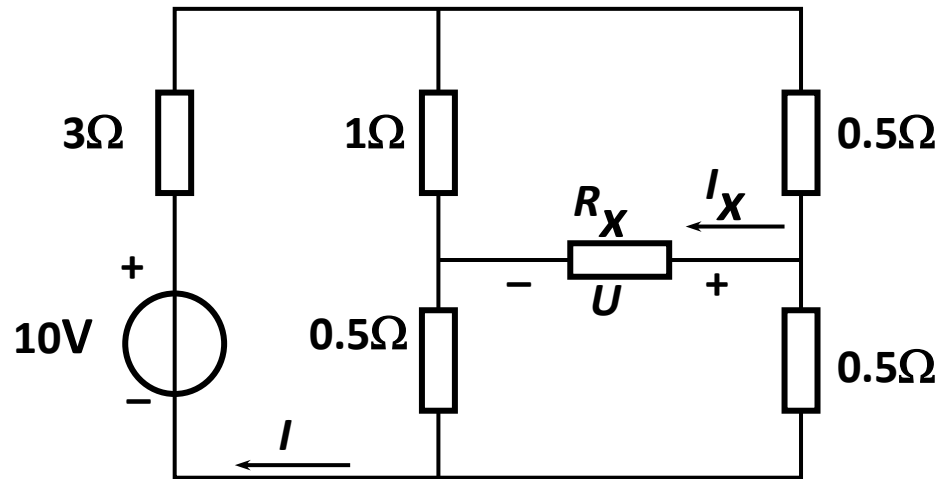
联立两式解得: $K_1 = 0.1、K_2 = -0.1$

所以 $U_o = K_1 U_S + K_2 I_S$

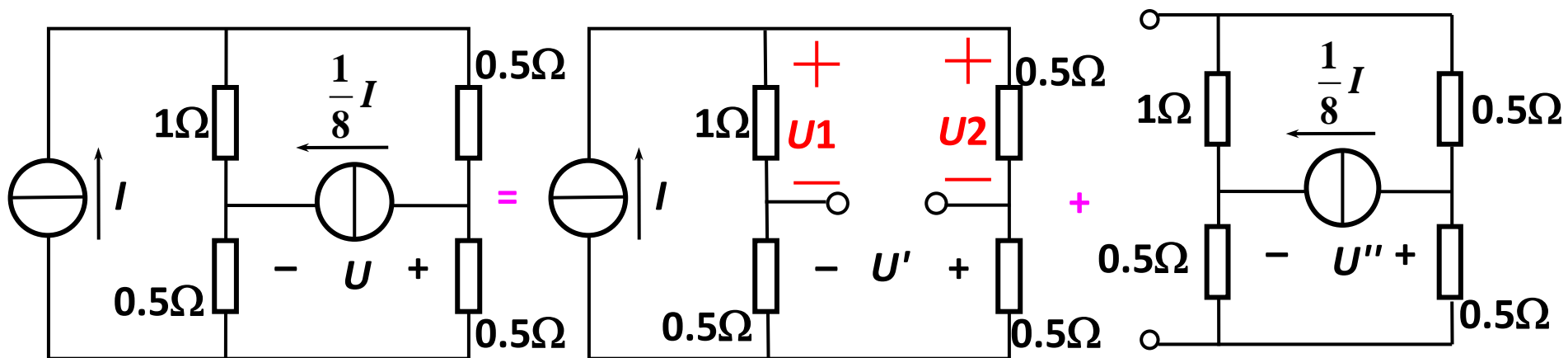
$$= 0.1 \times 5 + (-0.1) \times 10 = -0.5\text{V}$$

例题 补充

若要使 $I_x = \frac{1}{8}I$, 试求 R_x 。



解： 用替代：



$$U' = U_1 - U_2 = \frac{1}{2.5} I \times 1 - \frac{1.5}{2.5} I \times 0.5 = 0.1I = 0.8I_x$$

$$U'' = -\frac{1.5}{2.5} \times \frac{1}{8} I \times 1 = -0.075I = -0.6I_x$$

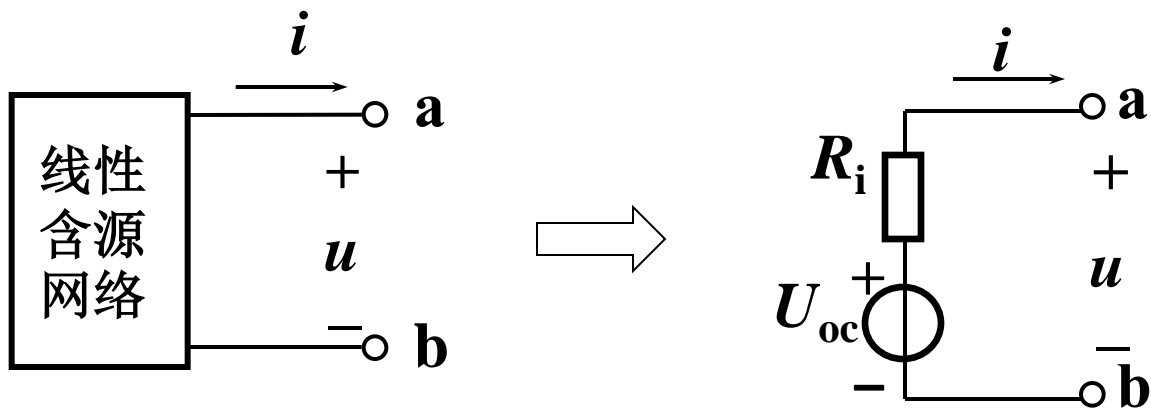
$$U = U' + U'' = (0.8 - 0.6)I_x = 0.2I_x$$

$$R_x = U/I_x = 0.2I_x/I_x = 0.2\Omega$$

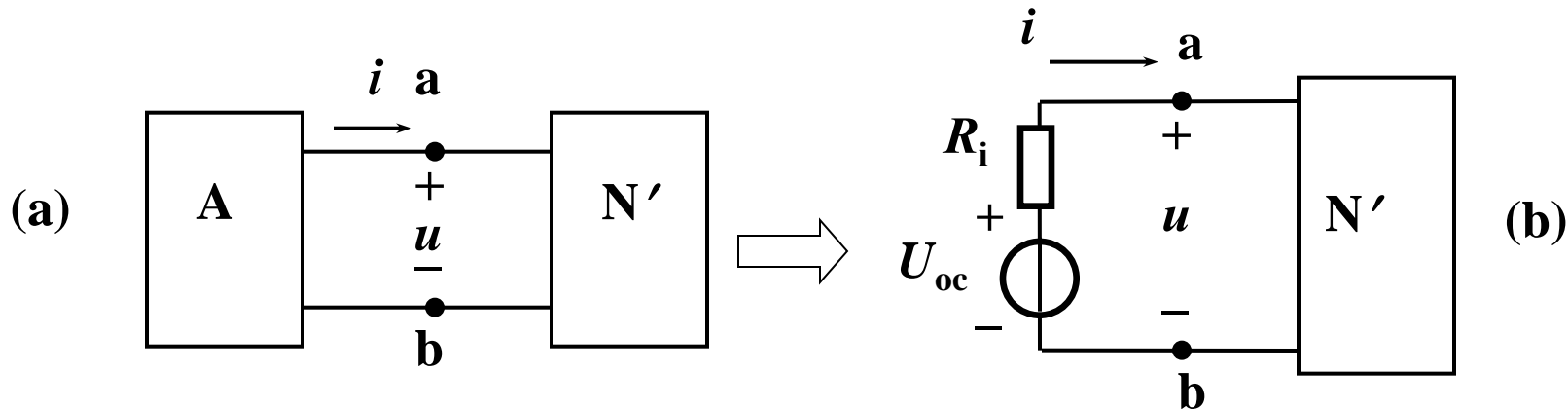
基本要求：理解等效电源定理的原理和内容，熟练应用等效电源定理。

1、戴维南定理：

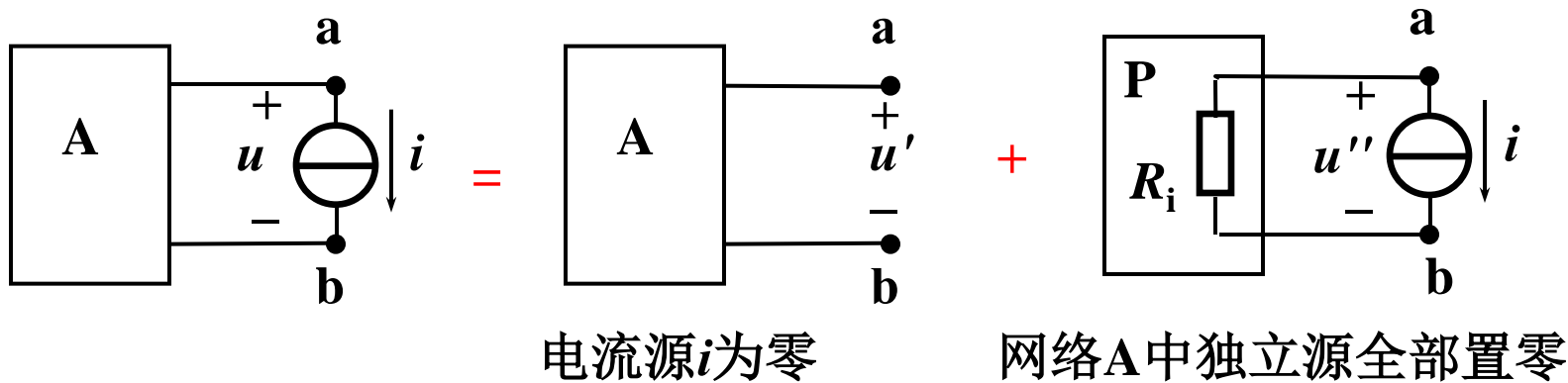
任何一个线性含有独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电压源（ U_{oc} ）和电阻（ R_i ）的串联组合来等效替代；此电压源的电压等于外电路断开时端口处的开路电压，而电阻等于一端口电路中全部独立电源置零后的端口等效电阻。



证明:



(对a) 利用置换定理, 将外部电路用电流源替代, 此时 u 、 i 值不变。
计算 u 值。(用叠加定理)



根据叠加定理, 可得

$$\begin{cases} u' = U_{oc} & (\text{外电路开路时 } a、b \text{ 间开路电压}) \\ u'' = -R_i i & (\text{全部独立电源置零后的端口等效电阻}) \end{cases}$$

则 $u = u' + u'' = U_{oc} - R_i i$ 此关系式恰与图 (b) 电路相同。

小结:

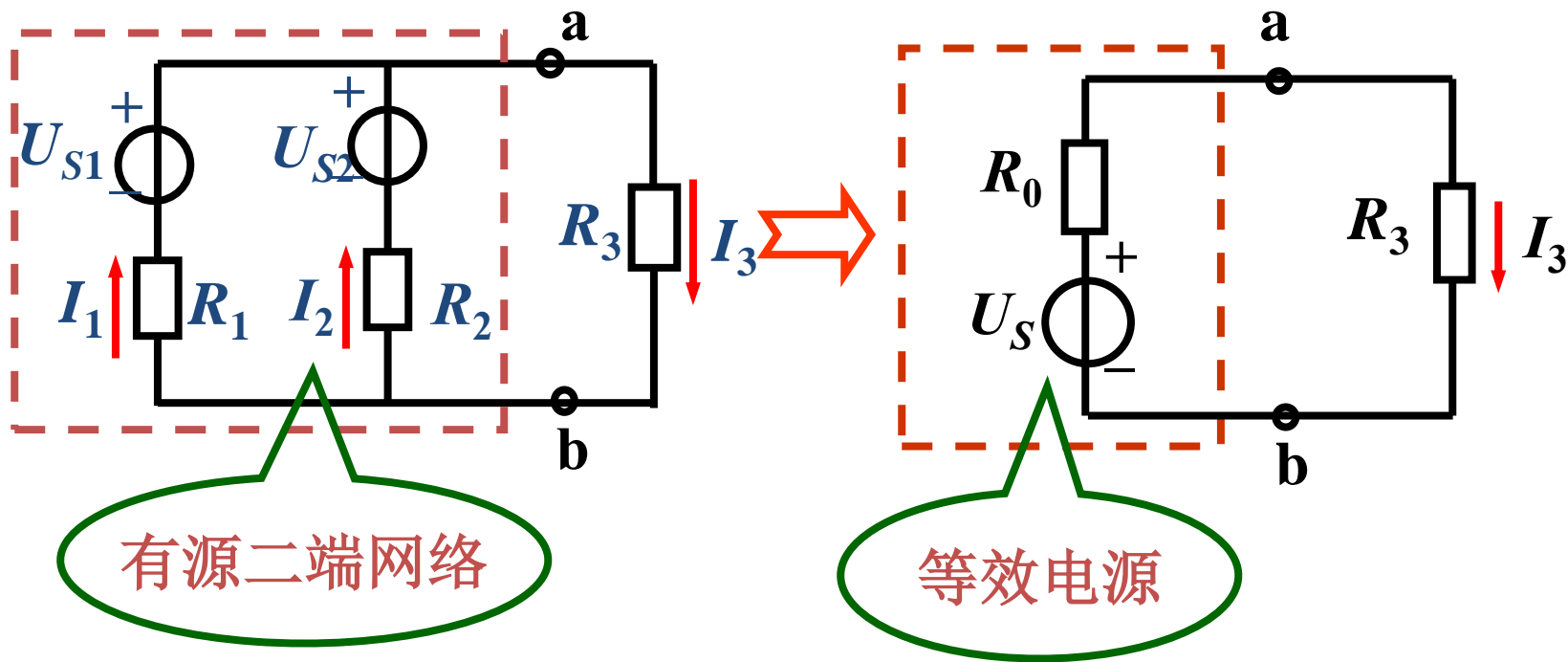
- (1) 戴维南等效电路中电压源电压等于将外电路断开时端口处的开路电压 U_{oc} ，电压源方向与所求开路电压方向相同。
- (2) 串联电阻为将一端口内部独立电源全部置零（电压源短路，电流源开路）后，所得一端口网络的等效电阻。

等效电阻的计算方法:

- a. 当网络内部不含有受控源时可采用电阻串并联的方法计算;
 - b. 端口加电压求电流法或加电流求电压法（内部独立电源置零）。
 - c. 等效电阻等于端口的开路电压与短路电流的比（内部独立电源保留）。
- (3) 当一端口内部含有受控源时，控制支路与受控源支路必须包含在被化简的同一部分电路中。
 - (4) 注意戴维南定理与置换定理的不同。

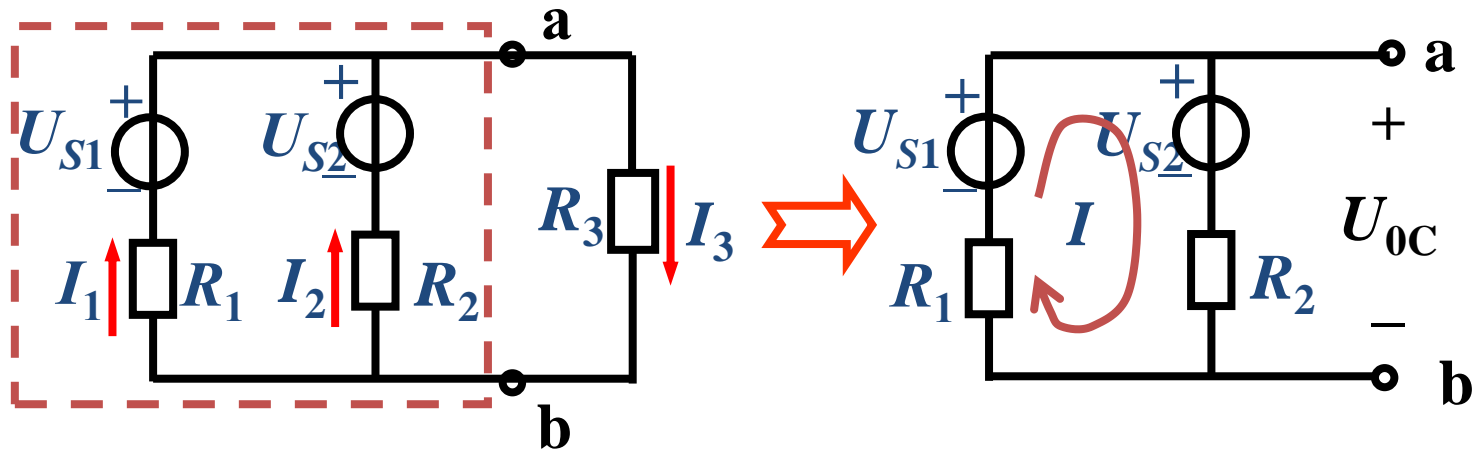
例题 补充

电路如图，已知 $U_{S1}=40V$ ， $U_{S2}=20V$ ， $R_1=R_2=4\Omega$ ， $R_3=13\Omega$ ，试用戴维南定理求电流 I_3 。



注意：“等效”是指对端口外等效

即用等效电源替代原来的一端口网络后，待求支路的电压、电流不变。



解：(1) 断开待求支路求等效电源的电压 U_S

$$I = \frac{U_{S1} - U_{S2}}{R_1 + R_2} = \frac{40 - 20}{4 + 4} \text{ A} = 2.5 \text{ A}$$

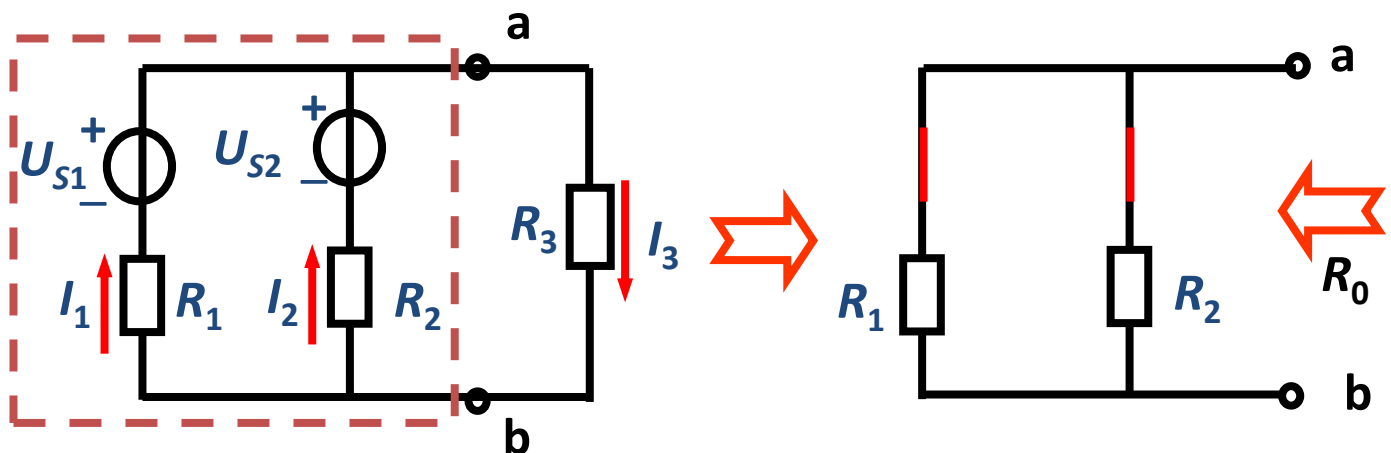
$$U_S = U_{0C} = U_{S2} + IR_2 = 20\text{V} + 2.5 \times 4 \text{ V} = 30\text{V}$$

$$\text{或： } U_S = U_{0C} = U_{S1} - IR_1 = 40\text{V} - 2.5 \times 4 \text{ V} = 30\text{V}$$

U_S 也可用结点电压法、叠加原理等其它方法求。

(2) 求等效电源的内阻 R_0

除去所有电源（理想电压源短路，理想电流源开路）

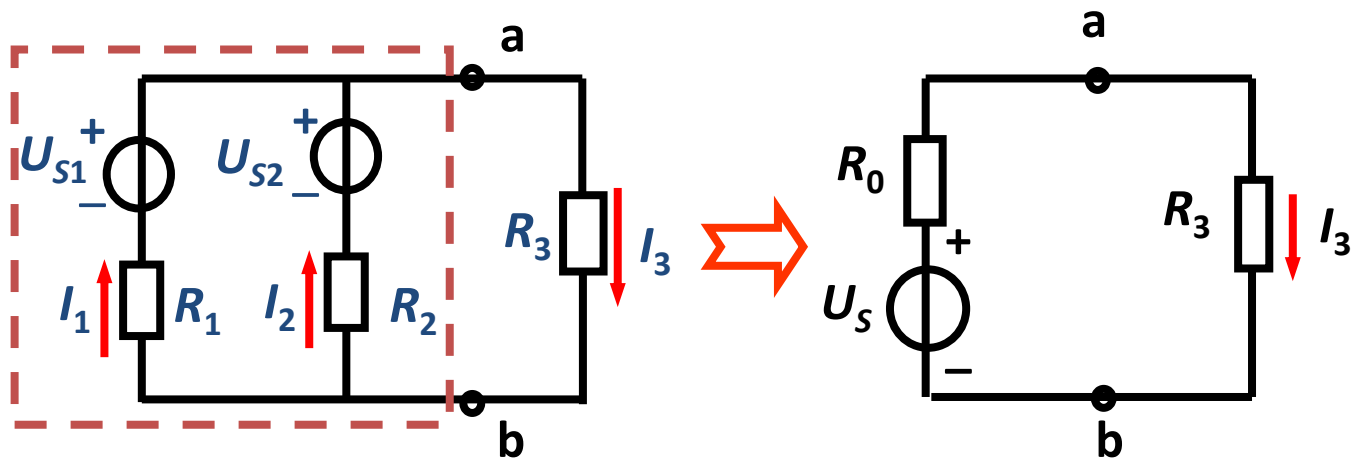


(2) 求等效电源的内阻 R_0

从a、b两端看进去， R_1 和 R_2 并联

$$\text{所以, } R_0 = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = 2\Omega$$

求内阻 R_0 时，关键要弄清从a、b两端看进去时各电阻之间的串并联关系。



(3) 画出等效电路求电流 I_3

$$I_3 = \frac{U_s}{R_0 + R_3} = \frac{30}{2 + 13} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

例题 3.6

计算电桥中 R_x 分别等于 0Ω 、 0.8Ω 、 1.6Ω 时，该支路的电流和功率。

解 用戴维南定理化简电路中的不变部分。

(1) 求开路电压 U_{OC} 。将 R_x 支路断开时，电路如图(b)所示。

$$U_{OC} = (1\Omega \times I_1 - 1\Omega \times I_2) = 1V$$

(2) 求等效电阻 R_i 。将电流源用开路代替，电路如图(c)所示。

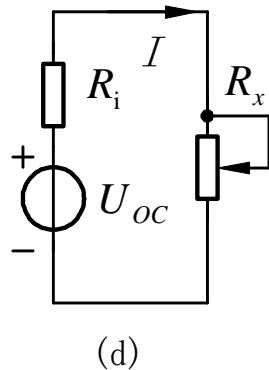
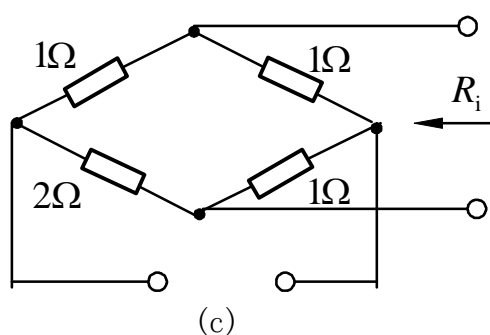
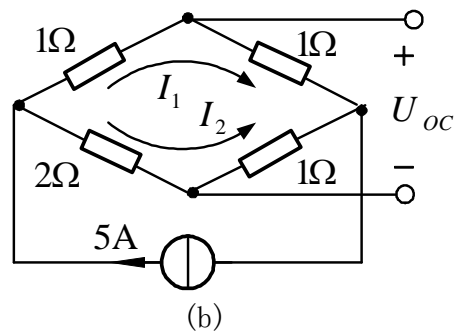
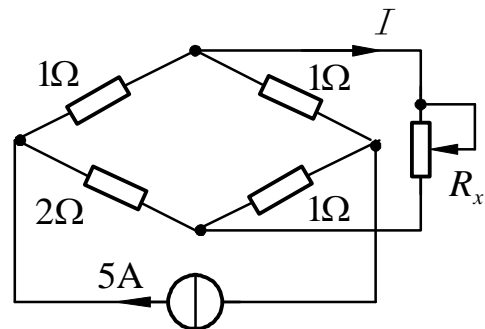
$$R_i = [(1+2) \parallel (1+1)]\Omega = 1.2\Omega$$

(3) 根据(1)、(2)求得戴维南等效电路如图(d)所示。

$$I = \frac{U_{OC}}{R_i + R_x} = \frac{1V}{1.2\Omega + R_x}$$

(4) 根据(3)求得 R_x 相应的电流和功率。

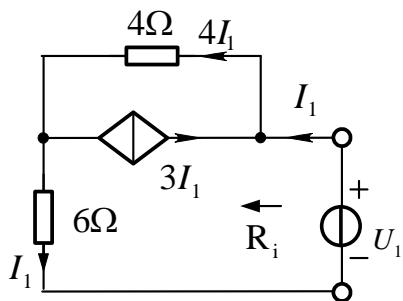
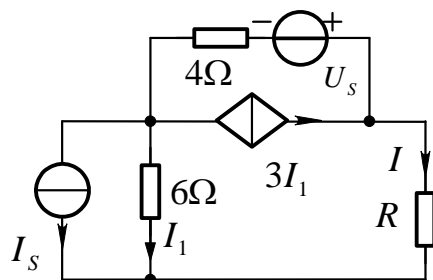
$$P = I^2 R_x$$



例题 3.7

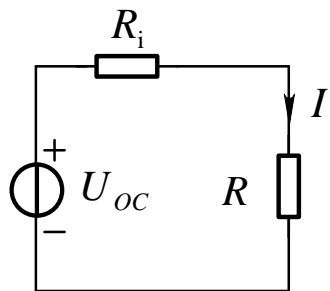
如图所示电路。已知 $R=8\Omega$ 时， $I=1\text{A}$ 。
求 R 为何值时 $I=0.5\text{A}$ ？

(1) 为求该电路的戴维南等效电路，首先求该电路的等效内阻；



$$6\Omega \times I_1 + 4\Omega \times 4I_1 = U_1 \Rightarrow R_i = \frac{U_1}{I_1} = 22\Omega$$

(2) 根据已知条件求开路电压；



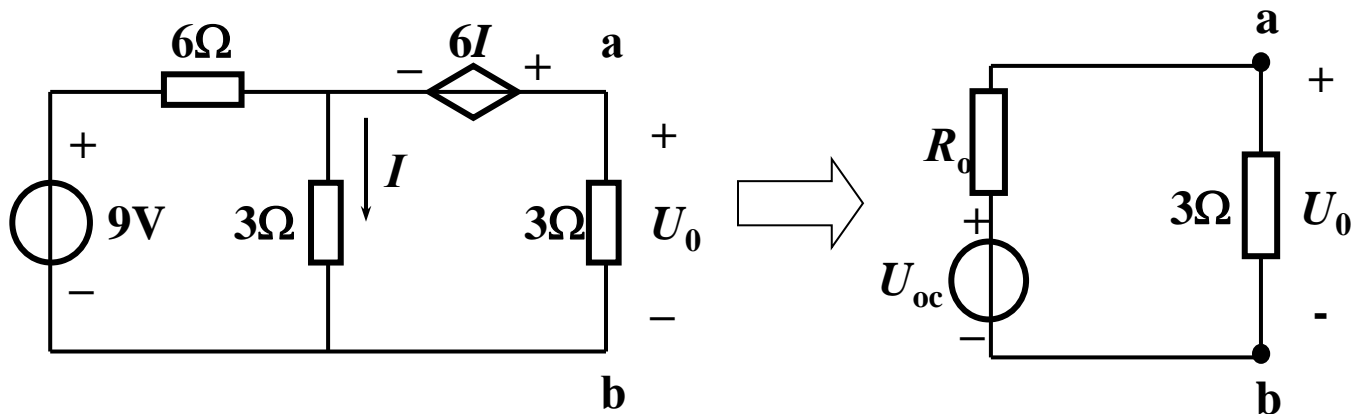
$$U_{oc} = (R_i + R)I = (22 + 8)\Omega \times 1\text{A} = 30\text{V}$$

(3) 求改变后的 R 。

$$I = \frac{U_{oc}}{R_i + R} = \frac{30\text{V}}{22\Omega + R} = 0.5\text{A} \Rightarrow R = 38\Omega$$

例题 补充

求 U_0 。

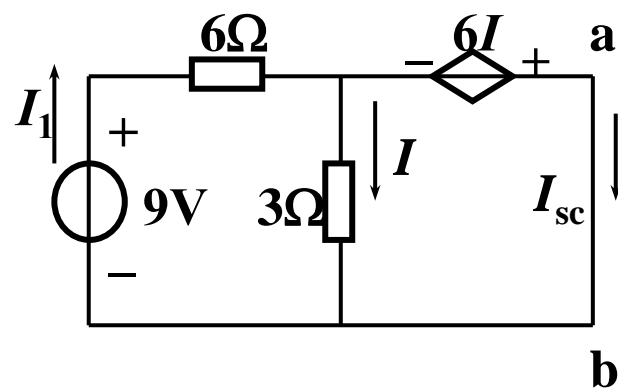
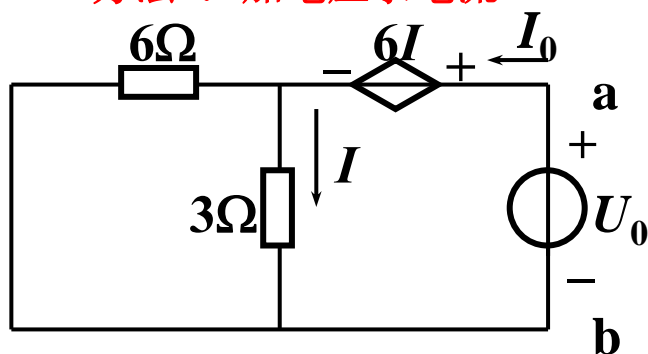
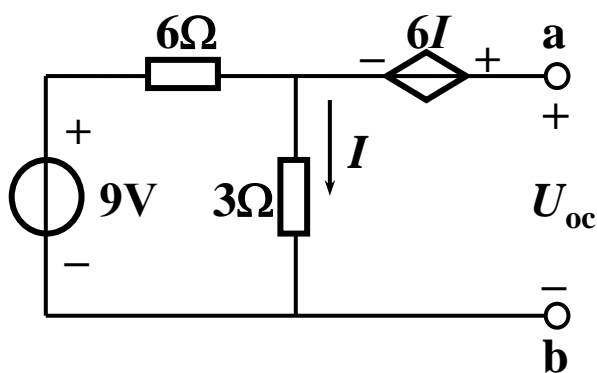


解: (1) 求开路电压 U_{oc}

(2) 求等效电阻 R_0

方法1: 加电压求电流

方法2: 开路电压、短路电流



$$\begin{cases} U_0 = 6I + 3I = 9I \\ I = I_0 \times 6 / (6 + 3) = (2/3)I_0 \end{cases}$$

列写回路电流方程

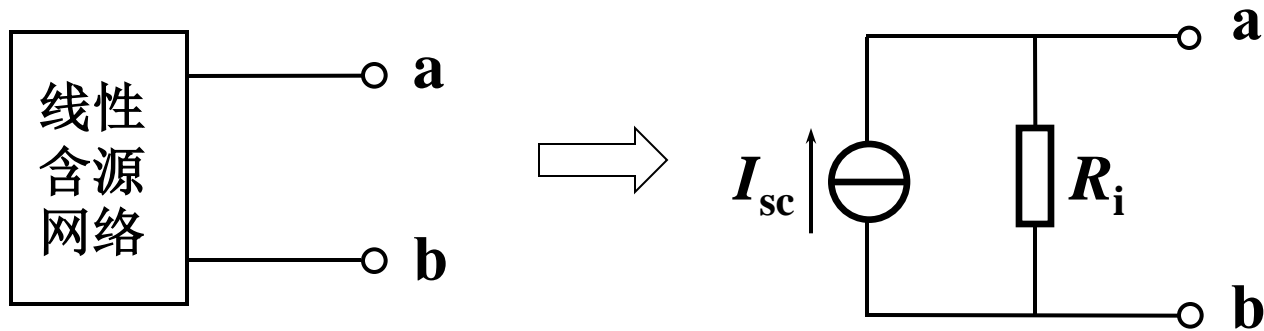
$$\begin{cases} U_{oc} = 6I + 3I \\ I = 9/9 = 1A \end{cases} \rightarrow U_{oc} = 9V$$

$$\rightarrow U_0 = 9 \times (2/3)I_0 = 6I_0$$

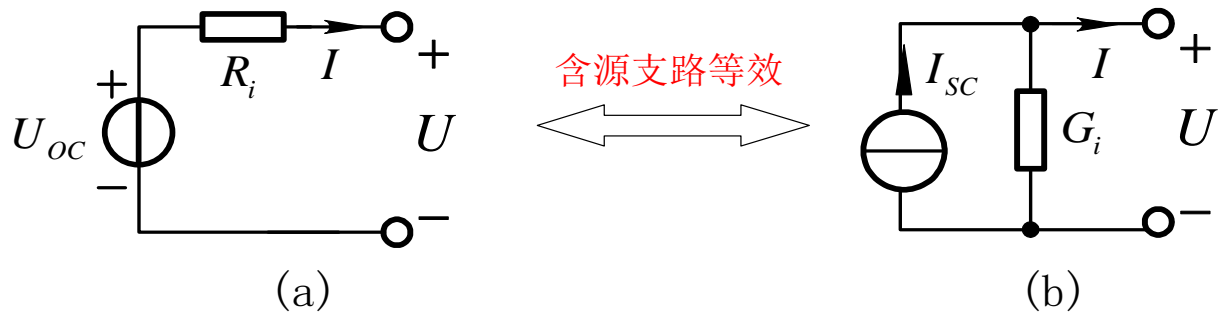
$$\rightarrow R_0 = U_0 / I_0 = 6 \Omega$$

2、诺顿定理：

任何一个含独立电源，线性电阻和线性受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个**电流源和电阻（电导）**的**并联组合**来等效置换；
电流源的电流等于该一端口的**短路电流**，而电阻（电导）等于把该一端口的全部独立电源置零后的**输入电阻（电导）**。

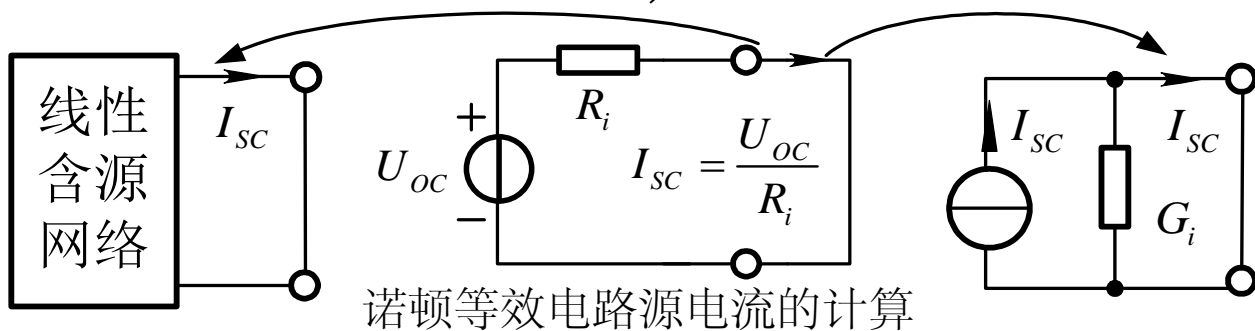


诺顿等效电路可由戴维南等效电路经电源等效变换得到。但
须指出，诺顿等效电路可独立进行证明。



短路电流

$$I_{SC} = \frac{U_{OC}}{R_i} \quad \Downarrow \quad G_i = \frac{1}{R_i}$$

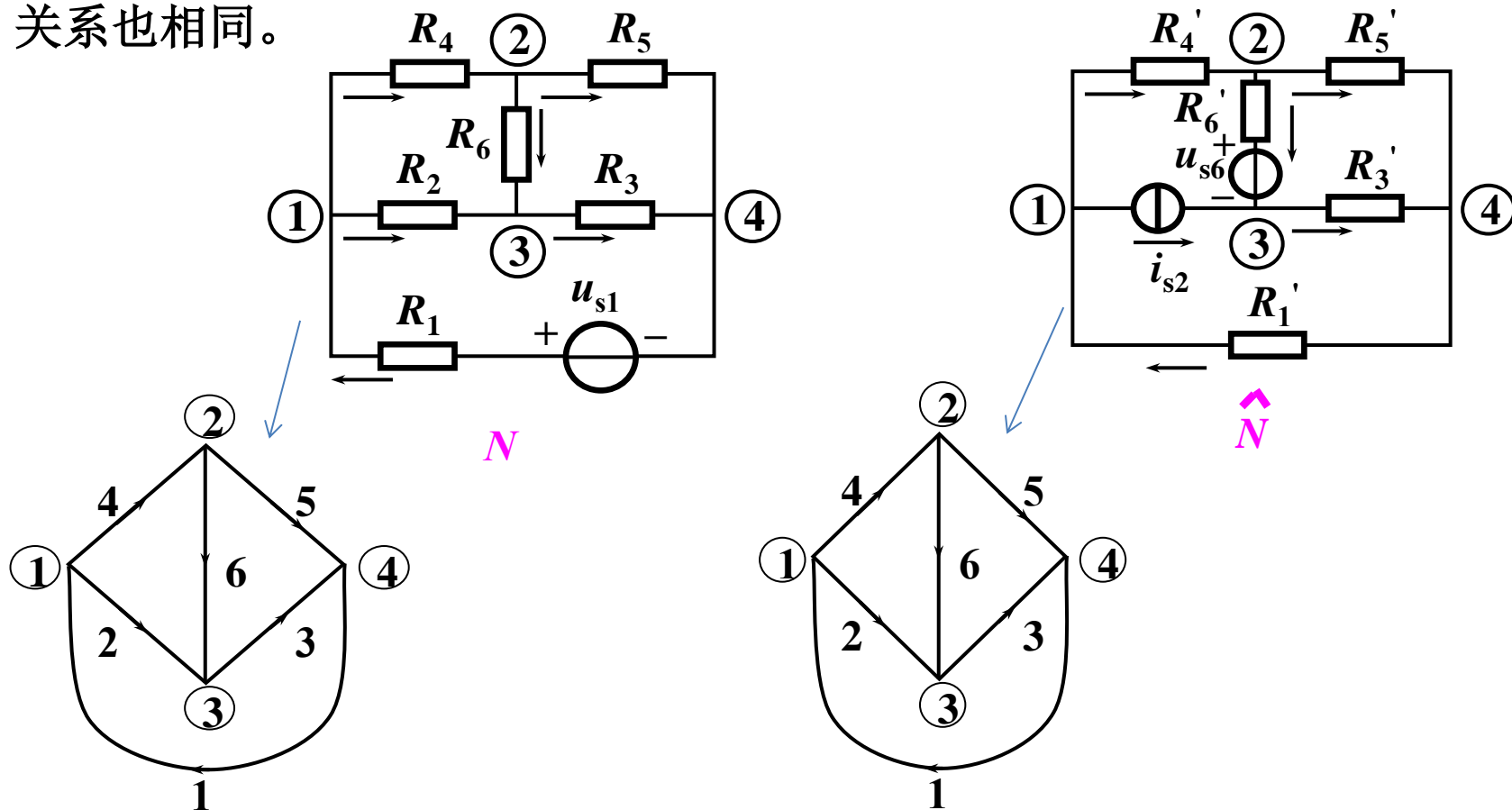


- (1) 求诺顿等效电路的方法类似于求戴维南等效电路的方法。
- (2) 一般情况下，单口网络的戴维南等效电路与诺顿等效电路之间可以相互转换；若网络的 R_i 为零，则只存在戴维南等效电路；若网络 N 的 R_i 为无穷大，则只存在诺顿等效电路。

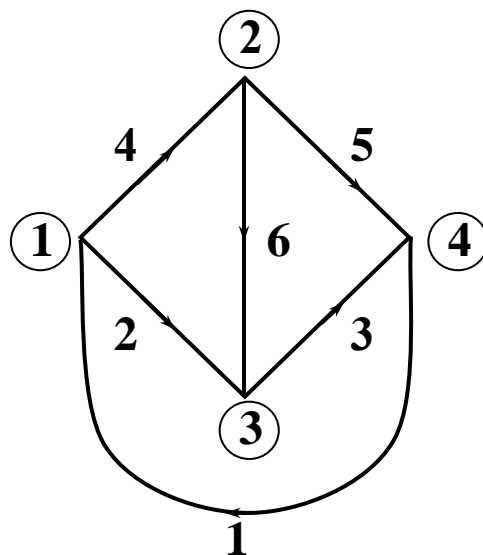
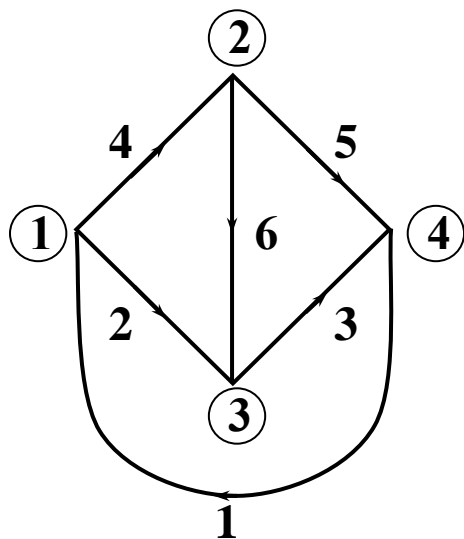
基本要求：理解特勒根定理的内容、证明过程、物理意义和普遍适用性。

1. 具有相同拓扑结构（特征）的电路

两个电路，支路数和节点数都相同，而且对应支路与节点的联接关系也相同。



例



求 $\sum_{k=1}^6 (u_k \hat{i}_k)$

支路电压 支路电流

解

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^6 (u_k \hat{i}_k) &= u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 + u_3 \hat{i}_3 + u_4 \hat{i}_4 + u_5 \hat{i}_5 + u_6 \hat{i}_6 \\ &= (u_{n4} - u_{n1}) \hat{i}_1 + (u_{n1} - u_{n3}) \hat{i}_2 + (u_{n3} - u_{n4}) \hat{i}_3 \\ &\quad + (u_{n1} - u_{n2}) \hat{i}_4 + (u_{n2} - u_{n4}) \hat{i}_5 + (u_{n2} - u_{n3}) \hat{i}_6 \\ &= u_{n1} (-\hat{i}_1 + \hat{i}_2 + \hat{i}_4) + u_{n2} (-\hat{i}_4 + \hat{i}_5 + \hat{i}_6) \\ &\quad + u_{n3} (-\hat{i}_2 + \hat{i}_3 - \hat{i}_6) + u_{n4} (\hat{i}_1 - \hat{i}_3 - \hat{i}_5) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

2. 特勒根定理

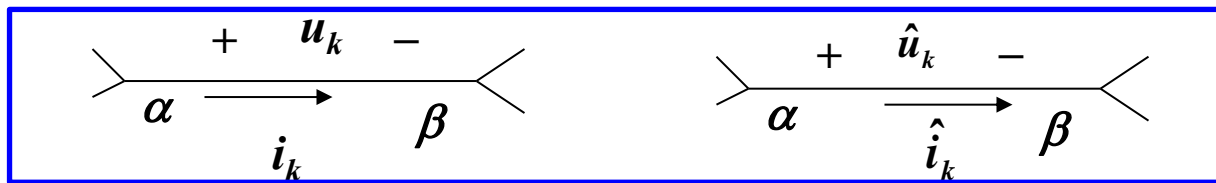
两个具有相同拓扑结构的电路 N 和 \hat{N} 。电路 N (\hat{N})的所有支路中的每一支路的电压 u_k (\hat{u}_k)与电路 \hat{N} (N)中对应的支路中的电流 \hat{i}_k (i_k)的乘积之和为零, 即

$$\sum_{k=1}^b u_k \hat{i}_k = 0 \quad \text{和} \quad \sum_{k=1}^b \hat{u}_k i_k = 0 \quad (\text{似功率平衡关系})$$

注意: 各支路电压、电流均取关联参考方向

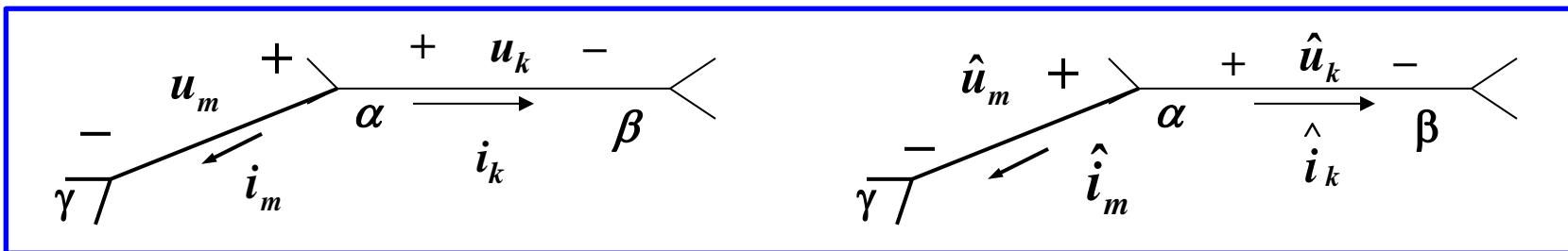
用途: 1) 用于系统的稳定性分析; 2) 用来证明其他网络定理;

证明:



$$u_k \hat{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta}) \hat{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha} \hat{i}_{\alpha\beta} - u_{n\beta} \hat{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha} \hat{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta} \hat{i}_{\beta\alpha}$$

其中: $u_k = u_{n\alpha} - u_{n\beta}$, $\hat{i}_k = \hat{i}_{\alpha\beta} = -\hat{i}_{\beta\alpha}$



$$u_k \hat{i}_k = (u_{n\alpha} - u_{n\beta}) \hat{i}_{\alpha\beta} = u_{n\alpha} \hat{i}_{\alpha\beta} + u_{n\beta} \hat{i}_{\beta\alpha}$$

若节点 α 接有另一支路 m ，同理可得：

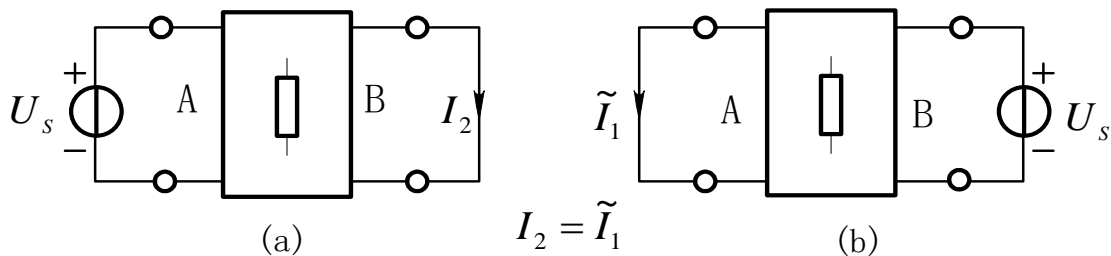
$$u_m \hat{i}_m = (u_{n\alpha} - u_{n\gamma}) \hat{i}_{\alpha\gamma} = u_{n\alpha} \hat{i}_{\alpha\gamma} + u_{n\gamma} \hat{i}_{\gamma\alpha}$$

$$\sum_{k=1}^b (u_k \hat{i}_k) \text{ 对节点}\alpha\text{可得: } u_{n\alpha} (\hat{i}_{\alpha\beta} + \hat{i}_{\alpha\gamma} + \dots) = 0$$

对其他节点，有同样的结果，故： $\sum_{k=1}^b (u_k \hat{i}_k) = 0$ 证毕！

$$\text{同理可证: } \sum_{k=1}^b (\hat{u}_k i_k) = 0$$

基本要求：理解电路的互易性质，掌握互易定理的内容和用互易定理分析电路的方法。



互易定理的第一种形式

定理(第一种形式): 对于含有一个独立电压源和若干线性二端电阻的两端口电路，当此电压源在某一端口A作用时，在另一端口B产生的短路电流等于把此电压源移到端口B作用而在端口A所产生的短路电流。

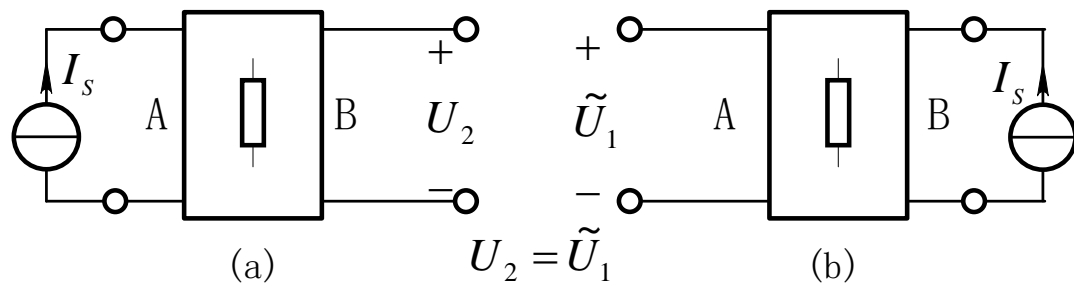
证明:

根据特勒根定理可以写出

$$\begin{cases} U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 + \sum_{k=3}^b U_k \tilde{I}_k = 0 \\ \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \sum_{k=3}^b \tilde{U}_k I_k = 0 \end{cases}$$

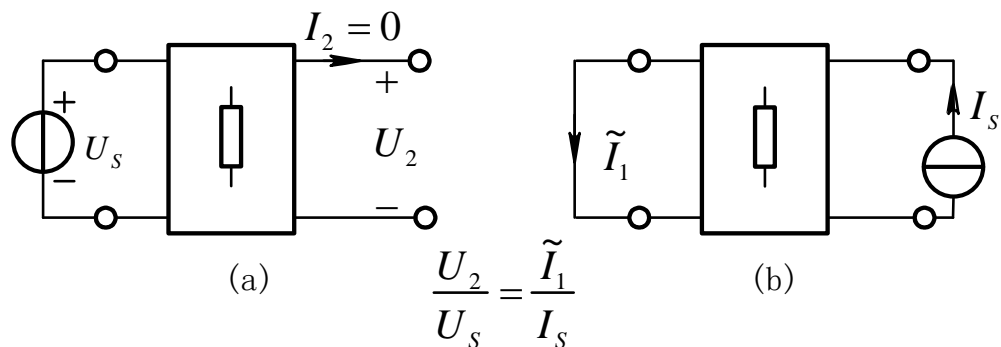
$$\text{又} \begin{cases} U_k = R_k I_k \\ \tilde{U}_k = R_k \tilde{I}_k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 + \sum_{k=3}^b R_k I_k \tilde{I}_k = 0 \\ \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \sum_{k=3}^b R_k \tilde{I}_k I_k = 0 \end{cases} \Rightarrow U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$

根据已知条件 $\Rightarrow I_2 = \tilde{I}_1$



互易定理的第二种形式

定理(第二种形式)：对于含有一个独立电流源和若干线性二端电阻的两端口电路，当此电流源在某一端口A作用时，在另一端口B产生的开路电压等于把此电流源移到端口B作用而在端口A所产生的开路电压。



互易定理的第三种形式

定理(第三种形式)：对于图示电路,如果在数值上 I_s 与 U_s 相等,则 U_2 与 \tilde{I}_1 在数值上也相等。其中 I_s 与 \tilde{I}_1 、 U_s 与 U_2 分别取同样单位。

应用互易定理时应注意：

- (1) 互易定理适用于**线性网络在单一电源激励**下，两个支路电压电流关系。
- (2) 激励为电压源时，响应为电流。激励为电流源时，响应为电压。
- (3) **电压源激励**，互易时原电压源处短路，电压源串入另一支路；
电流源激励，互易时原电流源处开路，电流源并入另一支路的两个节点间。
- (4) 互易要注意电源与电压（电流）的方向，互易前后端口处的激励和响应的极性保持一致。
- (5) 含有受控源的网络，互易定理一般不成立。

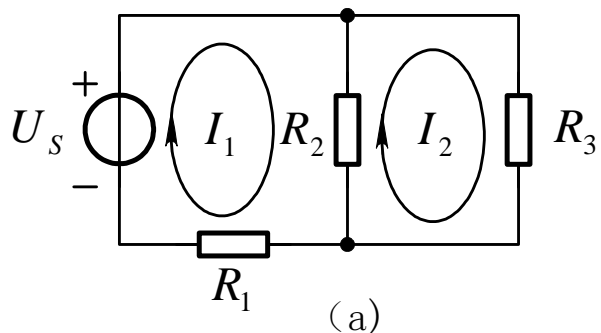
基本要求：了解对偶原理，并能应用对偶原理理解一些电路中的规律。

如果电路中某一定理（或方程、关系式等）的表述是成立的，则将其中的概念（变量、参数、元件、结构等）用其对偶因素置换所得的对偶表述也一定是成立的。这就是**对偶原理**。

部分对偶因素

对偶因素		对偶因素	
电压	电流	星形连接	三角形联接
基尔霍夫电压定律	基尔霍夫电流定律	开路	短路
电阻	电导	自阻	自导
电压源	电流源	<u>互阻</u>	互导
电压控制电流源	电流控制电压源	戴维南定理	诺顿定理
电压控制电压源	电流控制电流源	互易定理表述一	互易定理表述二
节点	网孔		
串联	并联		

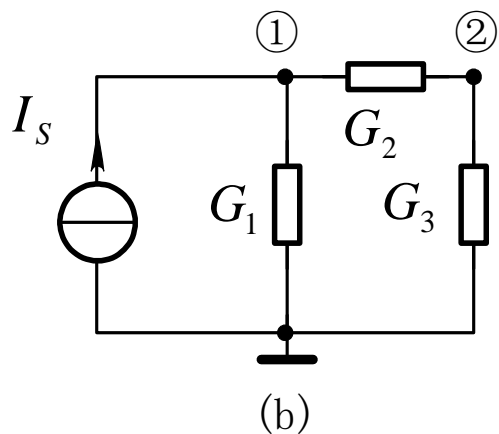
例如



$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I_1 - R_2I_2 = U_s \\ -R_2I_1 + (R_2 + R_3)I_2 = 0 \end{cases}$$

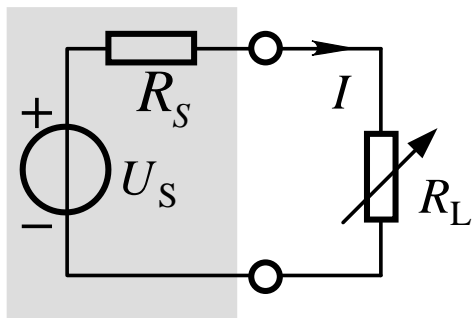


根据对偶原理

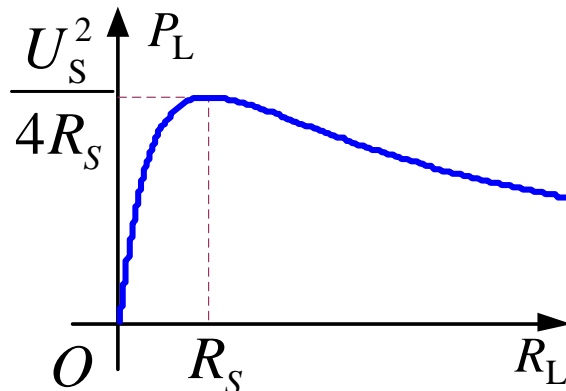


$$\begin{cases} (G_1 + G_2)U_{n1} - G_2U_{n2} = I_s \\ -G_2U_{n1} + (G_2 + G_3)U_{n2} = 0 \end{cases}$$

基本要求：掌握最大功率传输的概念、最大功率传输定理的条件与结论。



(a)



(b)

讨论传输最大功率的电路

电压源 U_S ，内阻 R_S ，负载电阻，从给定电源获得最大功率的条件是 $R_L = R_S$

最大功率传输定理：负载电阻等于电源内阻时，负载获得最大功率，此时最大功率为：

$$P_{L\max} = \frac{U_S^2}{4R_S}$$

注：当负载获得最大功率时，电源内阻和负载电阻消耗的功率相等，电能的利用率只有50%。

小结

置换定理： 在任意线性和非线性电路中，若某一端口的电压和电流为 U 和 I ，则可用 $U_s=U$ 的电压源或 $I_s=I$ 的电流源来置换此一端口，而不影响电路中其它部分的电流和电压。

齐性定理 (homogeneity theorem)： 在只有一个激励 X 作用的线性电路中，设任一响应为 Y ，记作 $Y=f(X)$ ，若将该激励乘以常数 K ，则对应的响应 Y' 也等于原来响应乘以同一常数，即 $Y'=f(KX)=Kf(X)=KY$ 。

叠加定理： 在线性电路中，由几个独立电源共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的代数叠加。

戴维南定理： 任何一个线性含有独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电压源 (U_{oc}) 和电阻 (R_i) 的串联组合来等效替代；此电压源的电压等于外电路断开时端口处的开路电压，而电阻等于一端口中全部独立电源置零后的端口等效电阻。

诺顿定理

最大功率传输定理