

第6章 三相电路

提要

本章重点介绍三相电路的星形和三角形联接方式，对称三相电路中相电压与线电压、相电流与线电流的关系，对称三相电路的计算和三相电路的功率。

本章目次

1 三相制和多相制

2 星形联结和三角形联结

3 对称三相电路的计算

4 不对称三相电路示例

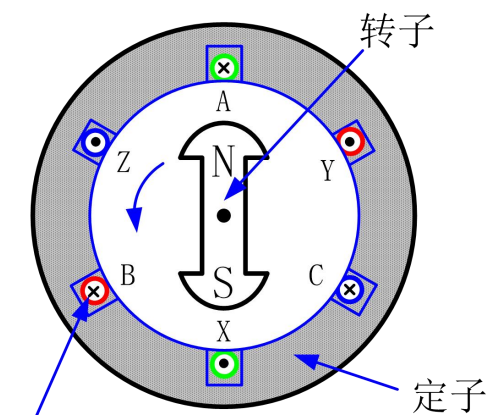
5 三相电路的功率

基本要求：掌握三相电源每相间的关系和相序的确定。

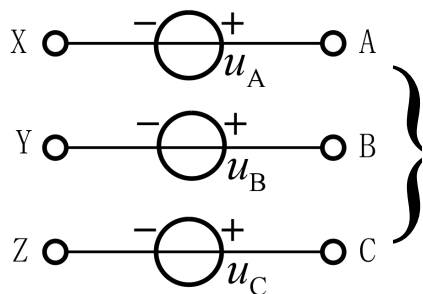
1. 对称的三相电压源

1.1 三相电源的定义

三相电源通常由三个单相交变电压源组成，如图所示



(a) 三相发电机原理示意图



(b)

u_A 、 u_B 、 u_C 为频率相同、波形相同而变动进程不同的三个交变电压源。

1.2 对称三相电源

u_A 、 u_B 、 u_C 频率相同，波形和振幅相等，时间彼此相差 $kT/3$ 为对称三相电压，即

$$u_A = U_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$u_B = U_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{kT}{3}\right) + \psi\right] = U_m \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2k\pi}{3}\right)$$

$$u_C = U_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{2kT}{3}\right) + \psi\right] = U_m \cos\left(\omega t + \psi - \frac{4k\pi}{3}\right)$$

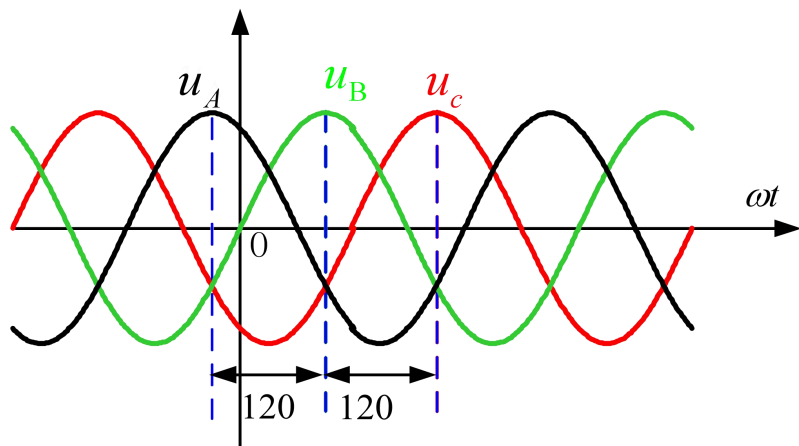
$$\left. \begin{aligned} u_A &= U_m \cos(\omega t + \psi) \\ u_B &= U_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{kT}{3}\right) + \psi\right] = U_m \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2k\pi}{3}\right) \\ u_C &= U_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{2kT}{3}\right) + \psi\right] = U_m \cos\left(\omega t + \psi - \frac{4k\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\}$$

当 $k=3$ 时, u_A 、 u_B 、 u_C 之间的相位差为 360° , 是同相位, 称为**零序**.

取 $k=1$, 则为正序 (顺序)

$$\left. \begin{aligned} u_A &= U_m \cos(\omega t + \psi) \\ u_B &= U_m \cos(\omega t + \psi - 120^\circ) \\ u_C &= U_m \cos(\omega t + \psi - 240^\circ) \end{aligned} \right\}$$

波形如图

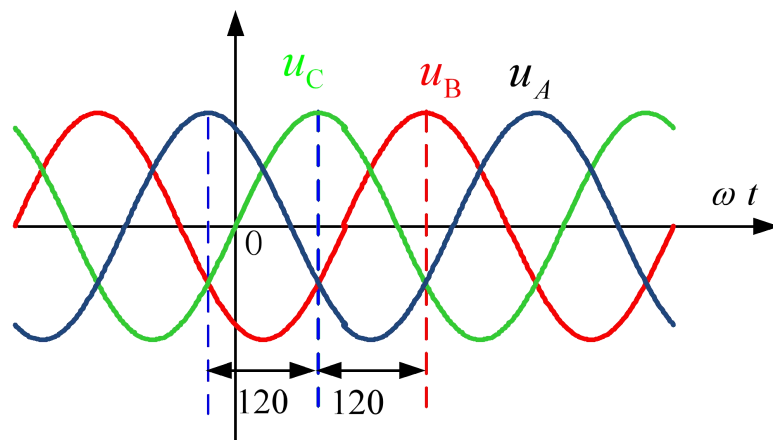


对称正弦三相电压正序波形图

取 $k=2$, 则为负序 (逆序)

$$\left. \begin{aligned} u_A &= U_m \cos(\omega t + \psi) \\ u_B &= U_m \cos(\omega t + \psi + 120^\circ) \\ u_C &= U_m \cos(\omega t + \psi + 240^\circ) \end{aligned} \right\}$$

波形如图



对称正弦三相电压负序波形图

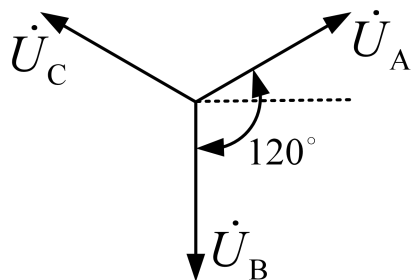
取 $k=1$, 则为正序 (顺序)

$$\left. \begin{aligned} u_A &= U_m \cos(\omega t + \psi) \\ u_B &= U_m \cos(\omega t + \psi - 120^\circ) \\ u_C &= U_m \cos(\omega t + \psi - 240^\circ) \end{aligned} \right\}$$

正序相量表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= U \angle \psi \\ \dot{U}_B &= U \angle (\psi - 120^\circ) \\ \dot{U}_C &= U \angle (\psi - 240^\circ) \end{aligned} \right\}$$

对称三相电压正序相量图如图所示



正序相量图

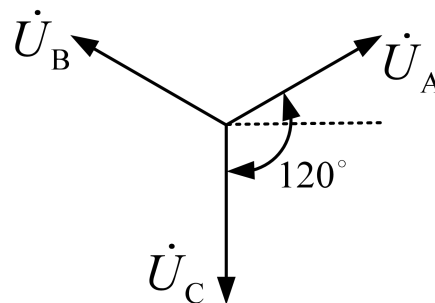
取 $k=2$, 则为负序 (逆序)

$$\left. \begin{aligned} u_A &= U_m \cos(\omega t + \psi) \\ u_B &= U_m \cos(\omega t + \psi + 120^\circ) \\ u_C &= U_m \cos(\omega t + \psi + 240^\circ) \end{aligned} \right\}$$

负序相量表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= U \angle \psi \\ \dot{U}_B &= U \angle (\psi + 120^\circ) \\ \dot{U}_C &= U \angle (\psi + 240^\circ) \end{aligned} \right\}$$

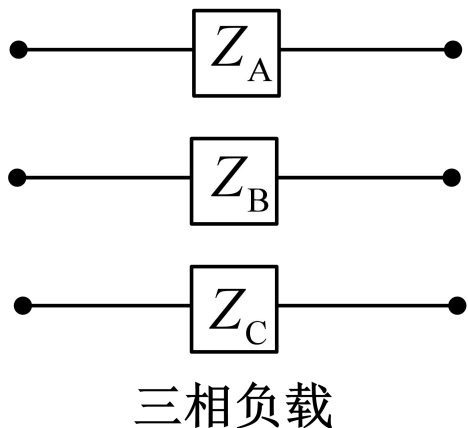
对称三相电压负序相量图如图所示



负序相量图

•2.三相负载

三相负载通常由三个单相负载组成，如下图所示



在三相制中，若各相的参数都相同，即三相阻抗的大小和相位均相等， $Z_A = Z_B = Z_C = Z$ ，则称为**对称三相负载**。

对称三相电源、对称三相负载以及相等的三相导线阻抗，组成**对称三相电路**

[补充6.1] 确定下列电源相序。

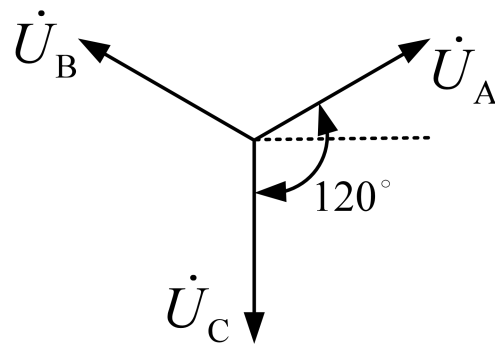
$$u_A = 200 \cos(\omega t + 10^\circ)$$

$$u_B = 200 \cos(\omega t - 230^\circ)$$

$$u_C = 200 \cos(\omega t - 110^\circ)$$

[解] 由已知 u_A 超前 u_C 于 120° ， u_C 超前 u_B 于 120° 。

所以三相电源相位的次序ACB为**负序**。
相量如图



负序相量图

[补充] 已知 $\dot{U}_b = 110\angle 30^\circ$ ，对称三相电源相序为正序，试确定的相量 \dot{U}_a 、 \dot{U}_c 。

[解] 因为三相电源相序为正序，且

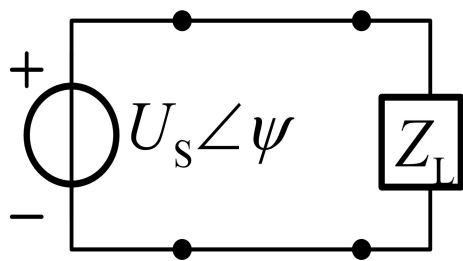
$$u_b = 110\angle 30^\circ$$

所以有 $u_a = 110\angle(30^\circ + 120^\circ) = 110\angle 150^\circ$

$$u_c = 110\angle(30^\circ - 120^\circ) = 110\angle -90^\circ$$

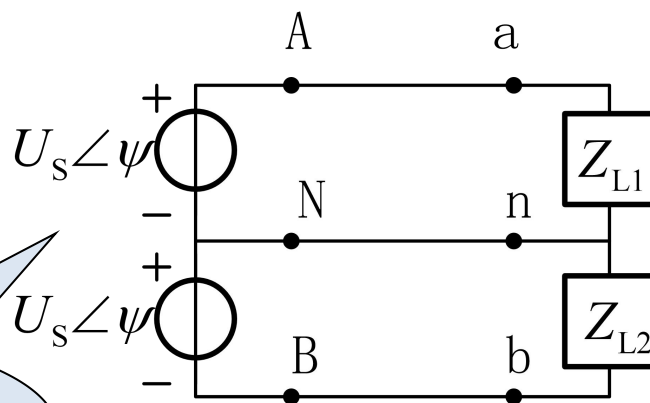
3. 多相系统

下图描述了一个单相两线系统



单相两线系统

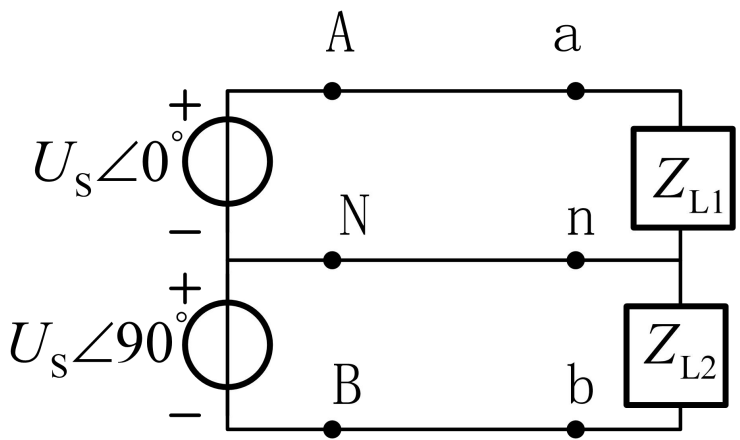
下图描述了一个单相三线系统



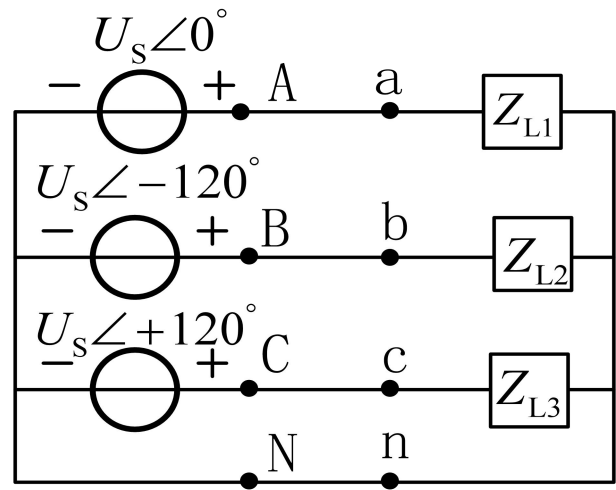
单相三线系统

两个大小相等，
相位相同的电源

多相制：在电路或系统中，交流电源工作在**相同的频率不同的相位**下称为**多相电源**。有多相电源供电的体系称为**多相制**。



两相三线系统

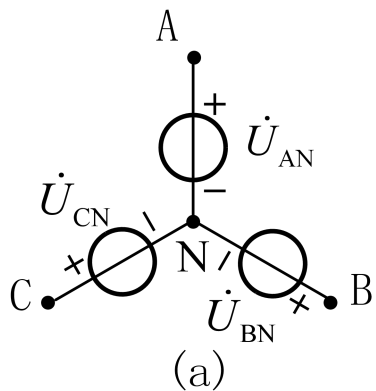


三相四线系统

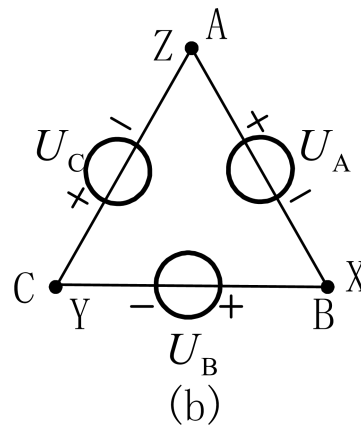
由于三相系统瞬时功率是恒定而不是脉动的，使功率传递平稳，减少三相电机振动；对于相同的功率，三相系统比单相系统所需的导线数量少而经济。本章主要讨论三相系统。

基本要求：熟练掌握星形联结和三角形联结中电压、电流相值与线值的关系及相量图。

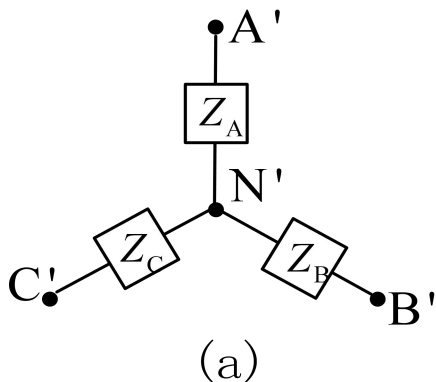
1. 三相电源的联结 (Y和 Δ) 如图



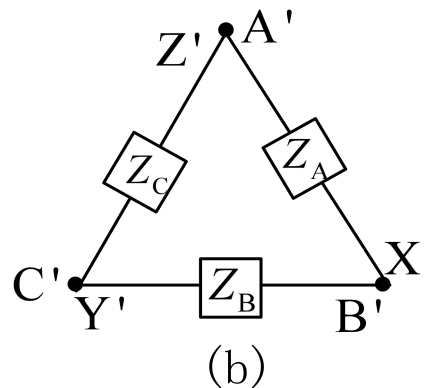
三相电源的联结



2. 三相负载的联结 (Y和 Δ) 如图



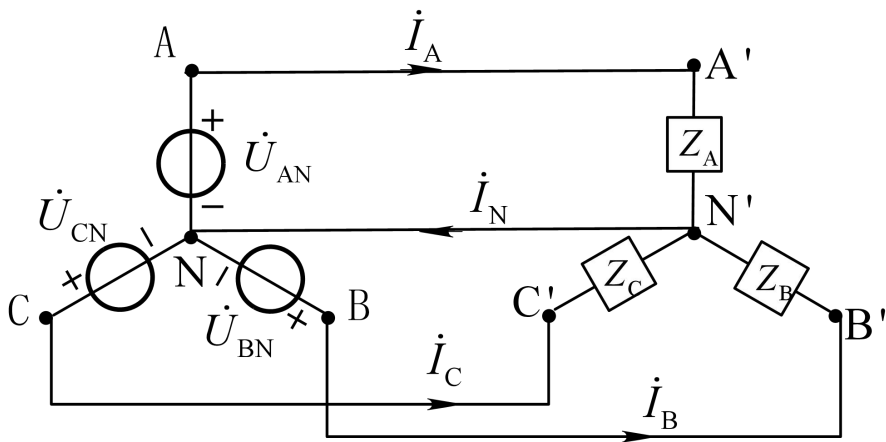
三相负载的联结



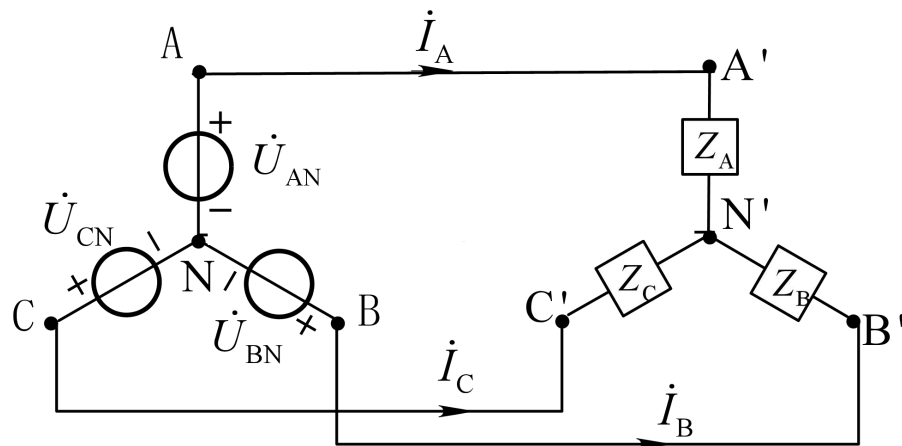
3. 三相电路的联结

有四种方式 Y-Y, Y-Δ, Δ-Y, Δ-Δ

Y-Y接法 三相四线制如图



三相四线制联结



三相三线制联结

AA'、BB'、CC' → **端线** (火线), NN' → **中线** (零线)

每相电源、负载的电压、电流——**相电压**、**相电流**。

端线之间电压——**线电压**。如 \dot{U}_{AB} 、 \dot{U}_{BC} 、 \dot{U}_{CA}

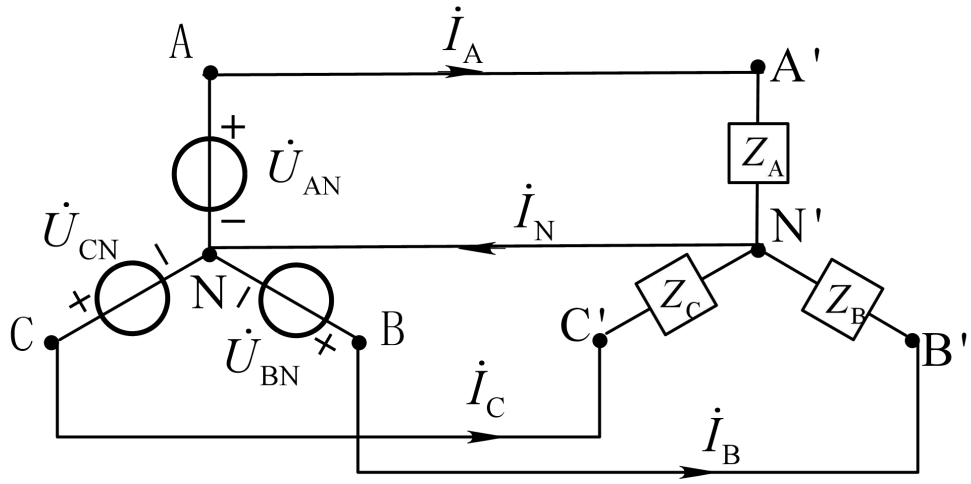
端线中的电流——**线电流**。如 \dot{I}_A 、 \dot{I}_B 、 \dot{I}_C

对称三相四线制电路任意瞬间 $i_A + i_B + i_C = 0$, 故可改为三相三线制, 如上图所示。

工程上说的三相电路的电压都是指线电压

4.三相电路中电流和电压的关系

4.1 Y-Y 联结



三相四线制联结

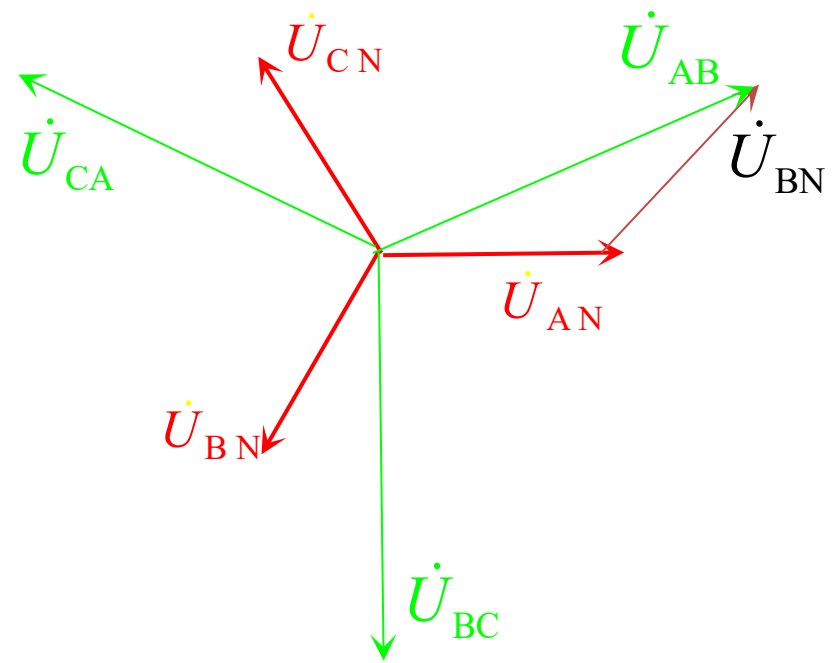
无论是电源端还是负载端、有无中线，其相电流均等于相应线电流。即

$$I_l = I_p$$

相电压与线电压间的关系如下

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN} \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN} \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN} \end{aligned}$$

对称电压相量图如下图所示

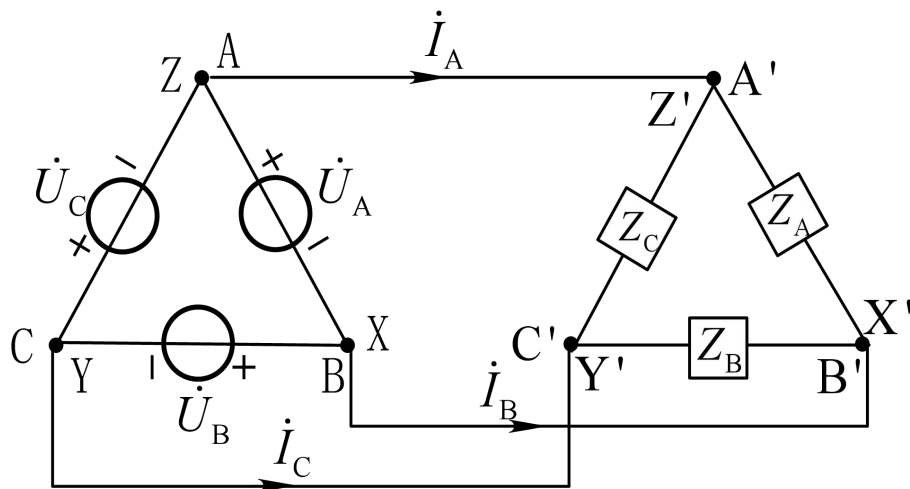


图中
相量
关系

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \sqrt{3}\dot{U}_{AN} \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= \sqrt{3}\dot{U}_{BN} \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= \sqrt{3}\dot{U}_{CN} \angle 30^\circ \end{aligned} \right\}$$

在对称星形三相电路中，线电压 U_l 等于相电压 U_p 的 $\sqrt{3}$ 倍 即 $U_l = \sqrt{3}U_p$
在相位上线电压超前于先行相电压 30°

4.2 $\Delta-\Delta$ 联结



电源和负载均为三角形

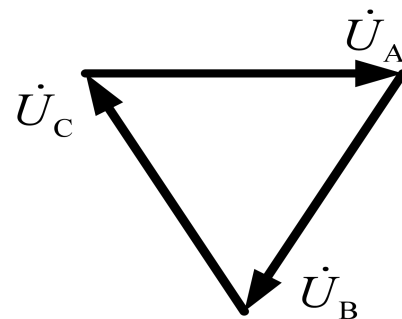
电源回路电压 $\dot{U} = \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C$

电源对称时

$$\dot{U} = \dot{U}_A (1 + \angle -120^\circ + \angle -240^\circ) = 0$$

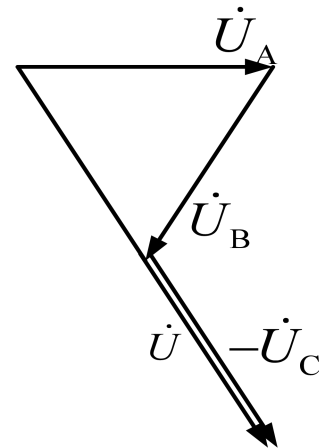
故只有对称三相电源才可以接成三角形。且每一相不能反接。假如 C 相反接，则三相总电压为

$$\dot{U} = \dot{U}_A + \dot{U}_B - \dot{U}_C = -2\dot{U}_C$$



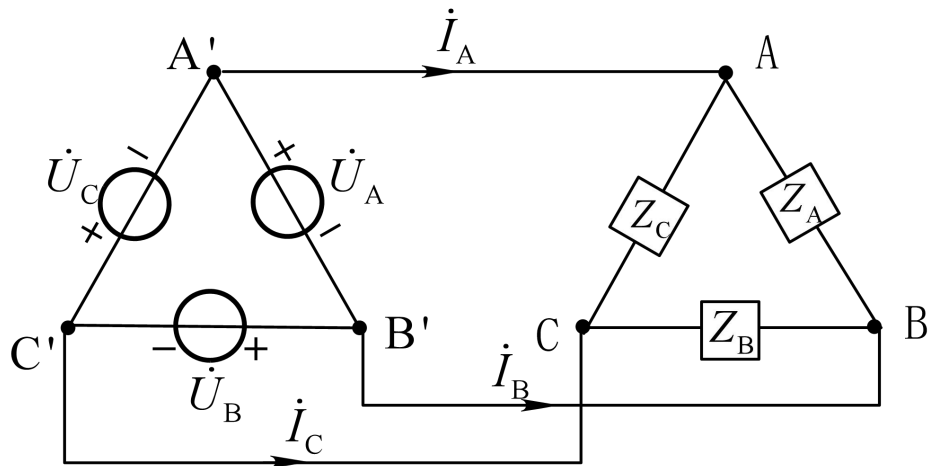
相应相量图

相应的相量图如下图所示



一般三相电源的内阻抗很小，在电压 U 作用下将产生很大电流，**危险!**

对于三角形联结



电源和负载均为三角形

对称三角形联结中无论是电源端还是负载端，其线电压与相电压相等，即

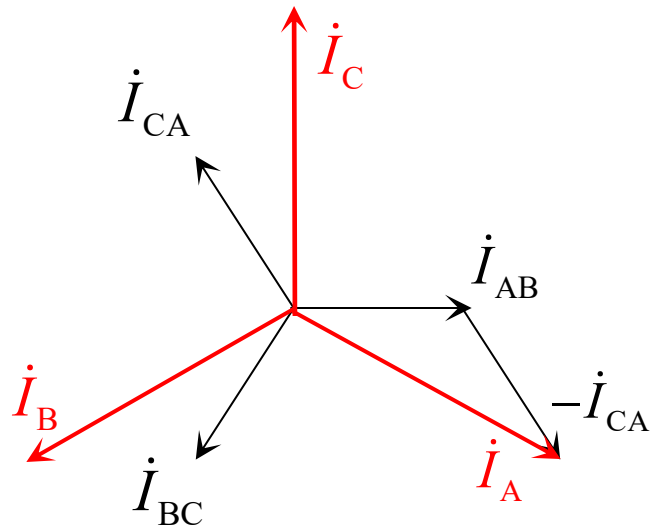
$$U_l = U_p$$

$\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA} \rightarrow$ 相电流; $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C \rightarrow$ 线电流

相电流与线电流关系由KCL得

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} \end{aligned} \right\}$$

对称时电流向量图如下



图中
相量
关系

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \sqrt{3} \dot{I}_{AB} \angle -30^\circ \\ \dot{I}_B &= \sqrt{3} \dot{I}_{BC} \angle -30^\circ \\ \dot{I}_C &= \sqrt{3} \dot{I}_{CA} \angle -30^\circ \end{aligned} \right\}$$

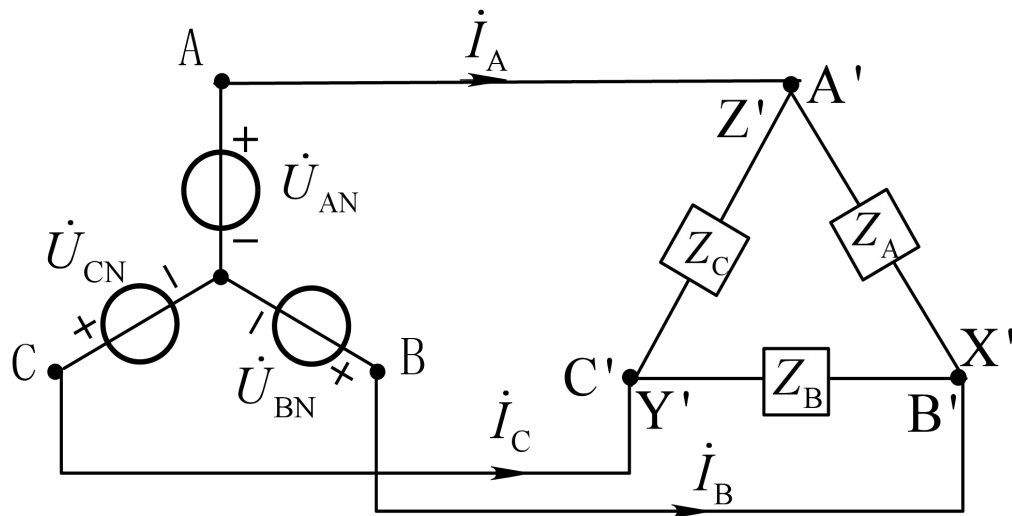
在对称三角形电路中，线电流

I_l 等于相电流 I_p 的 $\sqrt{3}$ 倍

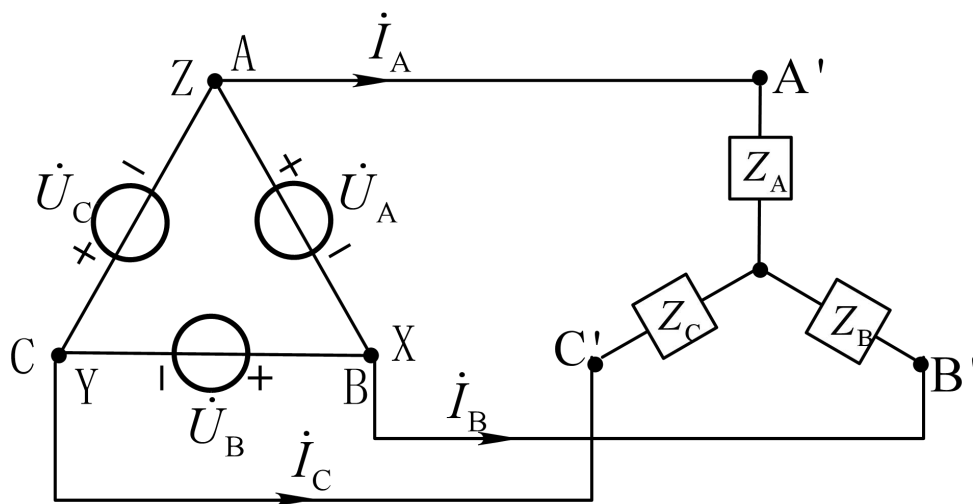
$$I_l = \sqrt{3} I_p$$

在相位上线电流滞后于后续相电流 30° 。

Y- Δ 接法

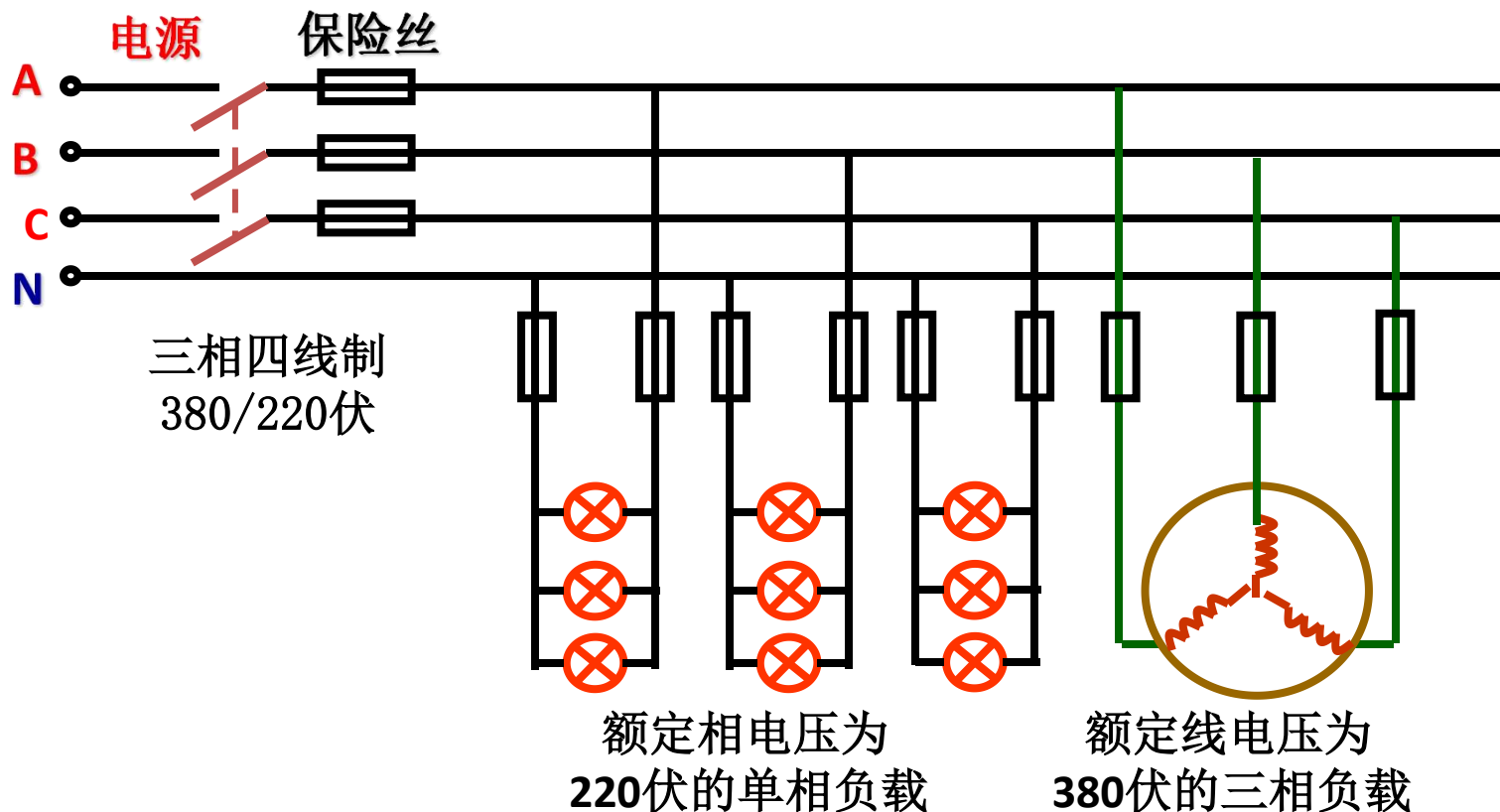


Δ -Y 接法



三相负载连接原则

- (1) 电源提供的电压=负载的额定电压;
- (2) 单相负载尽量均衡地分配到三相电源上。



负载的额定电压 = 电源的线电压

负载的额定电压 = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 电源线电压

应作 Δ 联结

应作 Y 联结

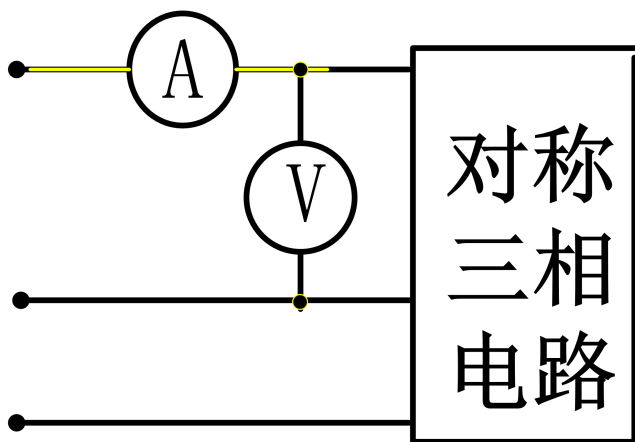
[补充]

1. 在一个Y-Y联结系统中，220V的线电压所对应的相电压是
(a) 381V (b) 311V (c) 220V (d) 156V (e) 127V
2. 在一个 Δ - Δ 联结系统中，100V的相电压所对应的线电压是
(a) 58V (b) 71V (c) 100V (d) 173V (e) 141V
3. 在一个正序供电系统中，一个Y形联结负载的线电压滞后其相应的相电压 30° 。
(a) 对 (b) 错 (c) 题意不明确

[补充]图中电压表和电流表显示为380V和10A。

1. 若三相电路为Y形, 求 U_p 和 I_p 。

2. 若三相电路为 Δ 形, 求 U_p 和 I_p 。



[解] Y 接法

$$U_l = \sqrt{3}U_p, \quad U_p = 380/\sqrt{3} = 220V$$

$$I_l = I_p, \quad I_p = I_l = 10A$$

Δ 接法

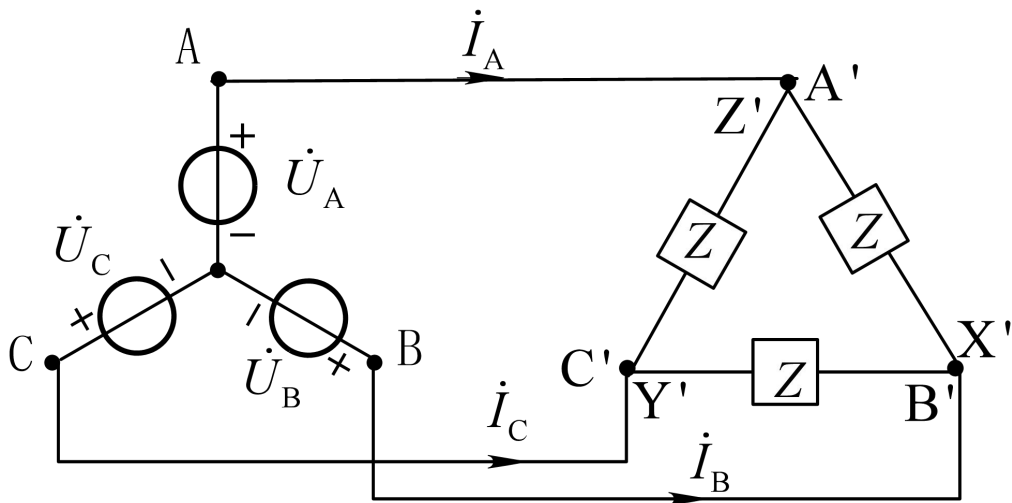
$$U_l = U_p, \quad U_p = U_l = 380V$$

$$I_l = \sqrt{3}I_p, \quad I_p = 10/\sqrt{3} = 5.77A$$

例题

6.1

下图所示对称三相电路已知 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$ ，负载阻抗 $Z = (3 + j4)\Omega$ 。求负载每相电压、电流及线电流的相量值。（电源为正序连接）



解

由星形联结相电压与线电压的关系得

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ \approx 380 \angle 30^\circ \text{V}$$

由对称性得其它线电压

$$\dot{U}_{B'C'} = 380 \angle (30^\circ - 120^\circ) \text{V} = 380 \angle -90^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'A'} = 380 \angle (30^\circ + 120^\circ) \text{V} = 380 \angle 150^\circ \text{V}$$

根据欧姆定律求得负载相电流

$$\dot{I}_{A'B'} = \frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z} \approx 76.2 \angle -23.13^\circ \text{ A}$$

由对称性得其它相电流

$$\dot{I}_{B'C'} = 76.2 \angle (-23.13^\circ - 120^\circ) \text{ A} \approx 76.2 \angle -143.13^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{C'A'} = 76.2 \angle (-23.13^\circ + 120^\circ) \text{ A} \approx 76.2 \angle 96.87^\circ \text{ A}$$

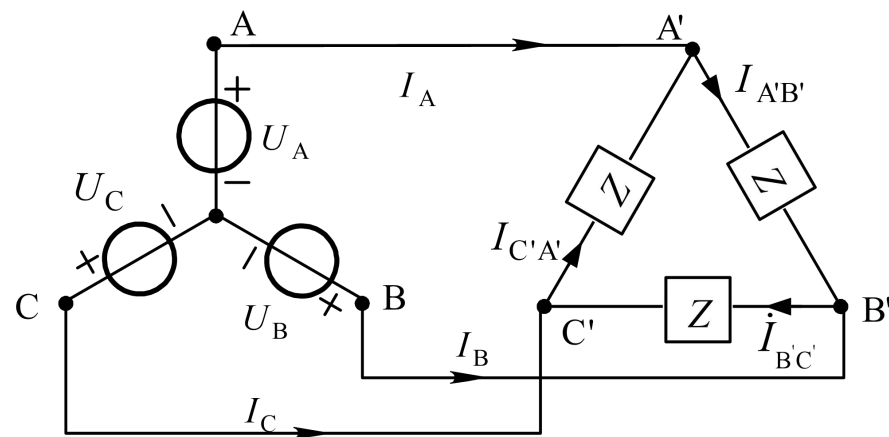
由三角形联结线电流与相电流的关系得

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A'B'} - \dot{I}_{C'A'} = \sqrt{3} \dot{I}_{A'B'} \angle -30^\circ \approx 131.64 \angle (-23.13^\circ - 30^\circ) \text{ A} = 131.64 \angle -53.13^\circ \text{ A}$$

由对称性求得其它线电流

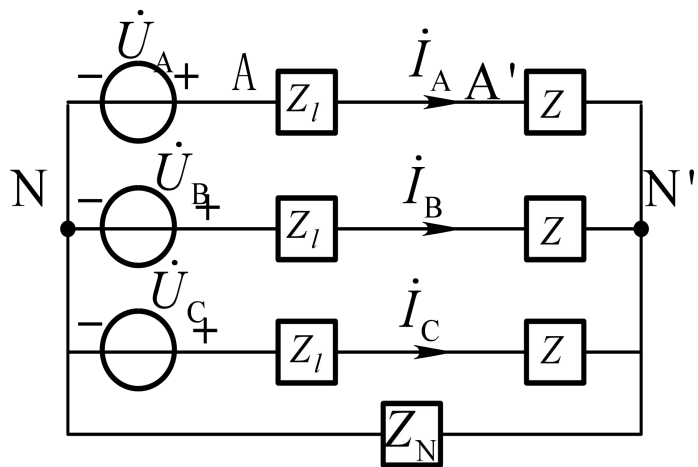
$$\dot{I}_B = 131.64 \angle (-53.13^\circ - 120^\circ) \text{ A} = 131.64 \angle -173.13^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = 131.64 \angle (-53.13^\circ + 120^\circ) \text{ A} = 131.64 \angle 67.87^\circ \text{ A}$$



基本要求：熟练掌握对称三相电路的单相计算方法。

本节针对对称三相电路特点探讨简便计算方法，电路如下图所示



即对称星形联结中，无论中线阻抗为何值，在对称三相电路中各中性点间的电压恒为零，此时中线电流为零。

因为 $\dot{U}_{N'N} = 0$ 可用一阻抗为零的中线把各中性点直接联接起来。

N 为参考点，对 N' 点列节点电压方程

$$\left(\frac{3}{Z_l + Z} + \frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{Z_l + Z}$$

三相电源对称

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$

$$\text{故 } \dot{U}_{N'N} = 0$$

对 $NAA'N'$ 回路列KVL方程得

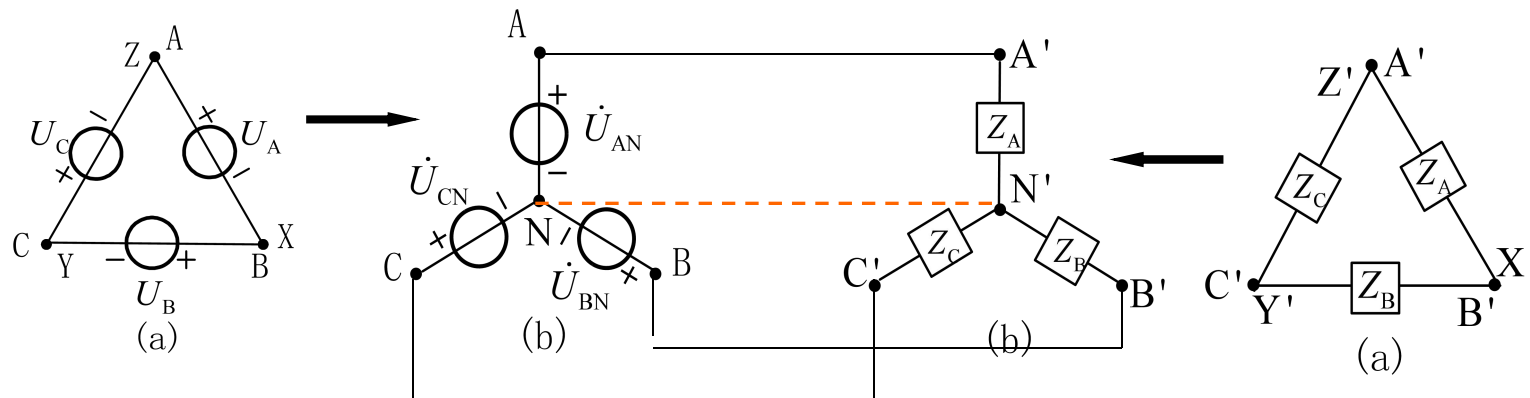
$$(Z_l + Z)\dot{I}_A = \dot{U}_A$$

综上所述：对于对称星形三相电路，可以取出一相，**按单相电路来计算**。其它相(线)电压、电流再根据“线”与“相”的关系求出。

单相计算法

对于比较复杂的对称三相正弦电流电路，化为单相电路进行计算。
其步骤为：

(1) 把各三角形联结的电源和负载都等效为星形联结；



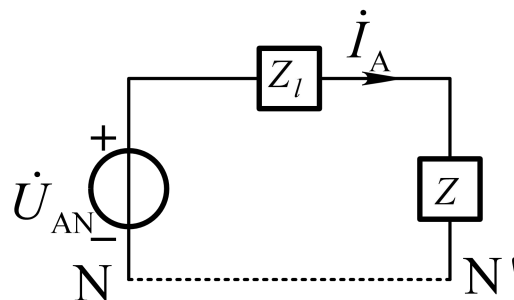
三相电源的等效

三相负载的等效

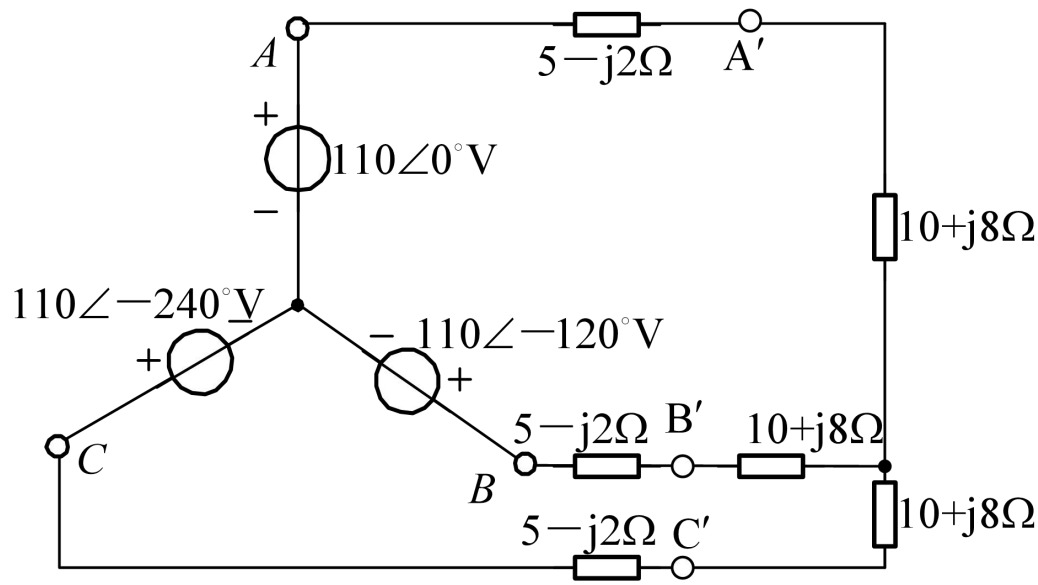
(2) 画一条无阻抗的假想中线把电源和负载的中性点联结起来，原有中线上的阻抗均被假想中线短路；

(4) 根据对称关系推算其它相（线）电压、电流。

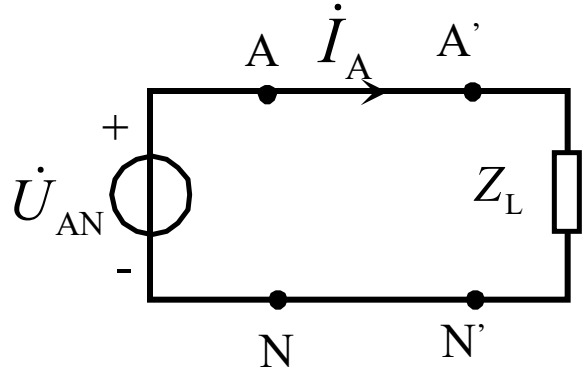
(3) 取出一相进行计算；



[补充]计算下图中所示以星形联结三相电路中的线电流。



[解] 图为对称的三相电路,故可以取出一相, 如图 (b) 按单相电路来计算



$$Z_L = (5 - j2) + (10 + j8) = 15 + j6 = 16.155 \angle 21.8^\circ \Omega$$

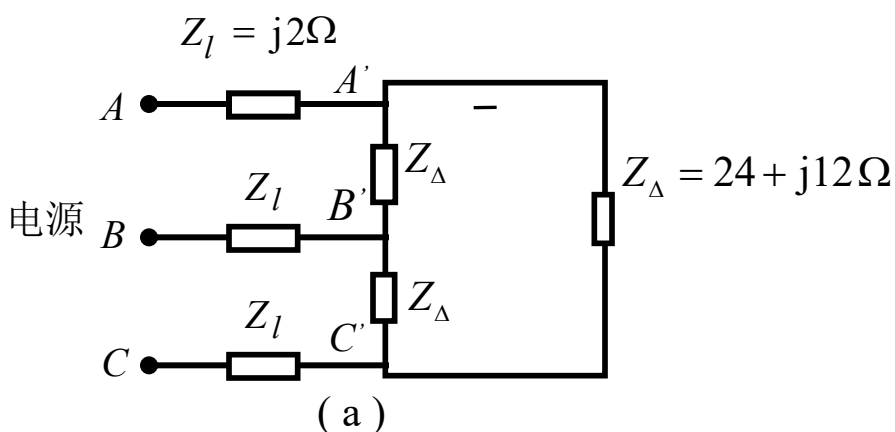
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_L} = \frac{110 \angle 0^\circ}{16.155 \angle 21.8^\circ} = 6.81 \angle -21.8^\circ \text{ A}$$

据相序关系得出

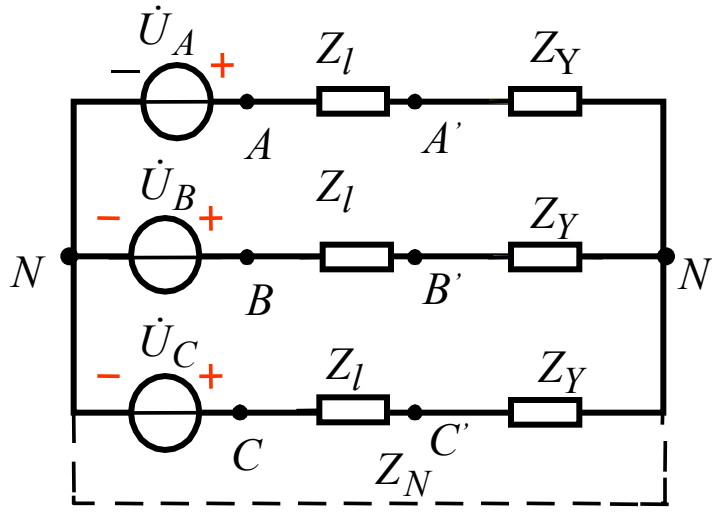
$$\dot{I}_B = \dot{I}_A \angle -120^\circ = 6.81 \angle -141.8^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A \angle -240^\circ = 6.81 \angle -261.8^\circ = 6.81 \angle 98.2^\circ \text{ A}$$

[补充] 如图 (a) 已知对称电源线电压为380V，求负载的相电压和相电流有效值。



[解] (1)将电源和负载均用等效星形电路表示，如图 (b)

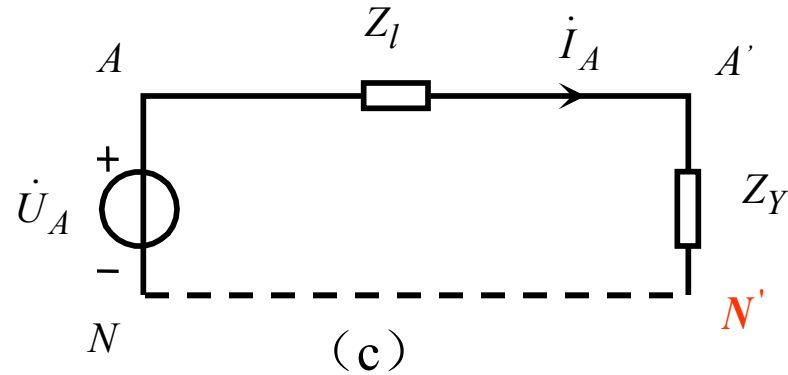


$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_{\Delta} = (8 + j4) \Omega$$

取 \dot{U}_A 为参考相量

(2) 作辅助中线，联接各中性点。

(3) 取出A相计算如图 (c)



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_l + Z_Y} = \frac{220}{8 + j4} = 22 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'N'} &= Z_Y \dot{I}_A = (8 + j4) \times 22 \angle -36.9^\circ \text{ A} \\ &= 196.7 \angle -10.3^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

(4) 由“线”与“相”的关系求 Δ 负载的相电压和相电流。

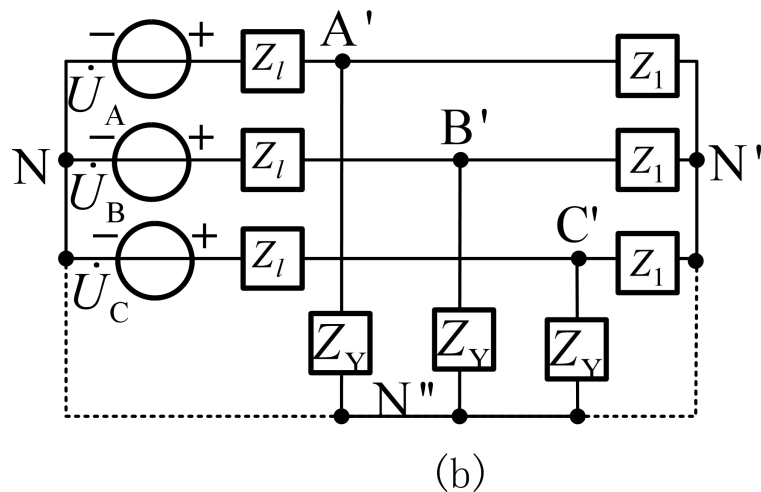
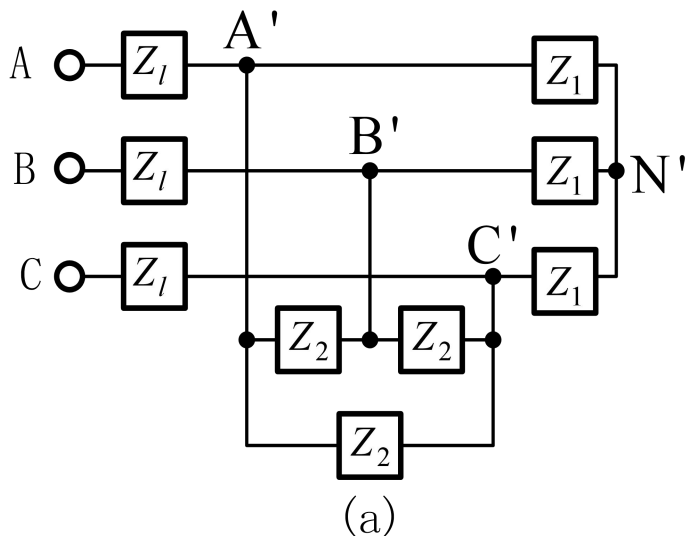
$$U'_p = U'_l = \sqrt{3} U_{A'N'} = \sqrt{3} \times 196.7 = 340.7 \text{ V}$$

$$I'_p = I_l / \sqrt{3} = I_A / \sqrt{3} = 22 / \sqrt{3} = 12.7 \text{ A}$$

例题

6.2

对称三相正弦电流电路如图(a)所示，其中 $Z_1 = 50\Omega$ ， $Z_2 = (90 + j120)\Omega$ ， $Z_l = j5\Omega$ 。设电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{V}$ ，试求负载电压和各负载的相电流。



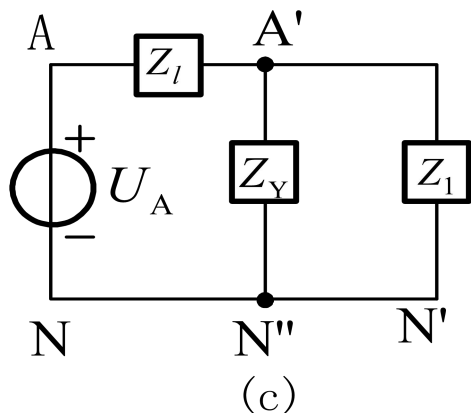
解

将已知的电源和三角形联结的负载都用等效星形联结电路代替，如图(b)所示。

图中A相的相电压和等效星形联结负载的阻抗分别为

$$\dot{U}_A = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ \approx 220 \angle -30^\circ \text{V}; \quad Z_Y = \frac{1}{3} Z_2 = (30 + j40)\Omega$$

在图(b)中添上假想中线，
取出A相，如图(c)所示。



根据节点电压法，可直接写出图(c)中 A' 和点 N' 之间的电压，即星形联结负载的相电压

$$\dot{U}_{A'N'} = \frac{\dot{U}_A / Z_l}{1/Z_1 + 1/Z_Y + 1/Z_l} \approx 202 / \underline{-38.4^\circ} \text{V}$$

待求的负载电压为线电压，即

$$\dot{U}_{A'B'} = \sqrt{3} \dot{U}_{A'N'} / \underline{30^\circ} \approx 350 / \underline{-8.4^\circ} \text{V}$$

$$\dot{U}_{B'C'} = 350 / \underline{-128.4^\circ} \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'A'} = 350 / \underline{111.6^\circ} \text{V}$$

阻抗 Z_1 中的电流为星形联结负载的A相的相电流

$$\dot{I}_{A'1} = \frac{\dot{U}_{A'N'}}{Z_1} = \frac{202 / \underline{-38.4^\circ} \text{V}}{50 \Omega}$$

相应

$$\dot{I}_{B'1} = 4.04 / \underline{-158.4^\circ} \text{A}$$

$$\dot{I}_{C'1} = 4.04 / \underline{81.6^\circ} \text{A}$$

三角形联结负载 Z_2 的相电流

$$\dot{I}_{A'B'2} = \frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z_2} = \frac{350 / \underline{-8.4^\circ} \text{V}}{(90 + j120) \Omega} \approx 2.33 / \underline{-61.5^\circ} \text{A}$$

$$\dot{I}_{B'C'2} = 2.33 / \underline{-181.5^\circ} \text{A}$$

$$\dot{I}_{C'A'2} = 2.33 / \underline{58.5^\circ} \text{A}$$

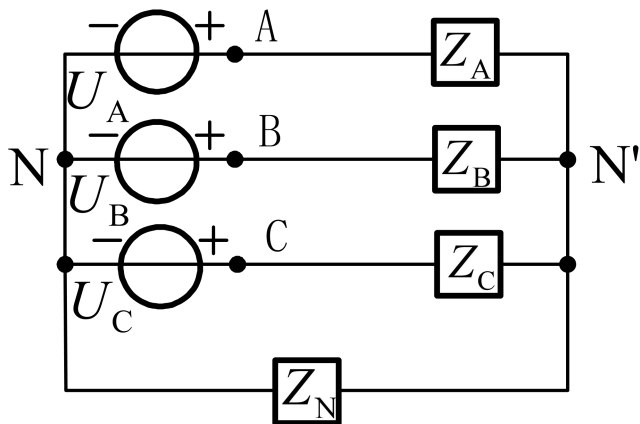
基本要求：理解中性点位移，掌握对称三相电路中单相不对称的计算。

产生不对称的原因：

1. 当三相电路中电源电压或负载阻抗或传输线不对称时；
2. 由单相负载造成不对称；
3. 发生断路、短路等故障；
4. 特殊的不对称设备和仪器。

不对称星形负载和中性点位移

最常见的低压三相四线制系统，电源通常是对称的，负载不对称，求负载相电压。如下图所示。



负载阻抗不对称

列节点电压方程

$$\left(\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_N} \right) \dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} + \frac{\dot{U}_B}{Z_B} + \frac{\dot{U}_C}{Z_C}$$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A/Z_A + \dot{U}_B/Z_B + \dot{U}_C/Z_C}{1/Z_A + 1/Z_B + 1/Z_C + 1/Z_N} \neq 0$$

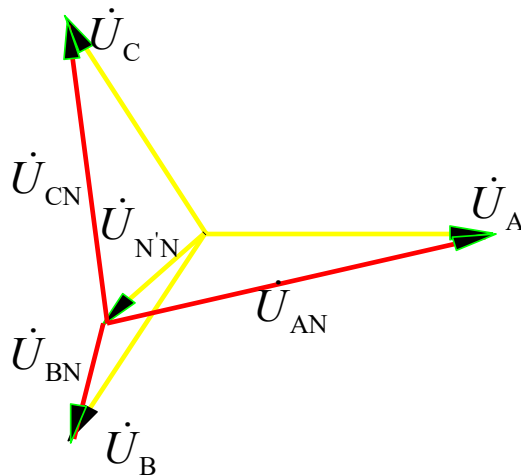
由KVL定律可写出负载的各相电压为

$$\dot{U}_{AN'} + \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_A, \quad \dot{U}_{AN'} = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}$$

$$\text{同理 } \dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}, \quad \dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}$$

对称的电源电压 $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ 减去同一 $\dot{U}_{N'N}$ ，使负载电压 $\dot{U}_{AN'}, \dot{U}_{BN'}, \dot{U}_{CN'}$ 不对称。

相量图如右所示



负载中性点位移

综上所述：负载相电压不对称的程度与 $\dot{U}_{N'N}$ 有关， $\dot{U}_{N'N} \neq 0$

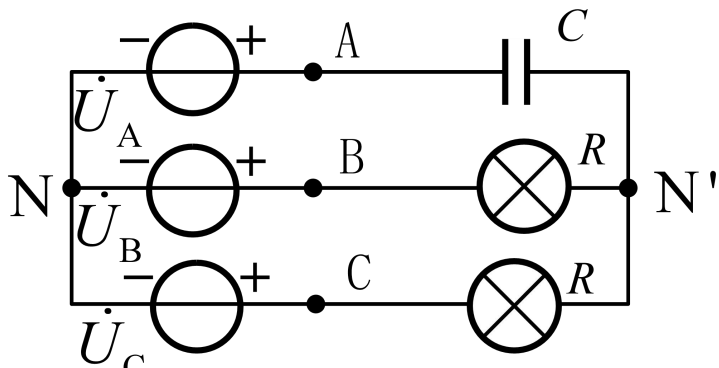
使负载中性点电位不再等于电源中性点的电位，称为中性点位移。为了减少或消除负载中性点位移，应尽量减小中线阻抗 Z_N 。

例题

6.3

图中由电容器和两个相同的白炽灯接成的星形电路可用于测定三相电源的相序，称为相序指示器。设 $R = 1/(\omega C)$ ，试说明如何根据两个白炽灯亮度差异确定对称三相电源的相序。

解 设三相电源的相序如下图



计算各白炽灯上的电压，从白炽灯亮度确定三相电源相序。列节点电压方程可得

$$\begin{aligned} \dot{U}_{N'N} &= \frac{j\omega C \dot{U}_A + \dot{U}_B / R + \dot{U}_C / R}{j\omega C + 1/R + 1/R} \\ &= \frac{j + \angle -120^\circ + \angle 120^\circ}{j + 1 + 1} \dot{U}_A \\ &\approx (-0.2 + j0.6) \dot{U}_A \end{aligned}$$

B相和C相白炽灯电压分别为

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} \approx (1.5 / -101.5^\circ) \dot{U}_A$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} \approx (0.4 / 138^\circ) \dot{U}_A$$

因为 $U_{BN'} = 1.5U_A$, $U_{CN'} = 0.4U_A$

所以若把接电容器的作为A相，则白炽灯较亮的那一相是B相，较暗的是C相。

补充：照明系统故障分析：一星形联结的三相电路，电源电压对称。负载为电灯组， $R_A=5\ \Omega$ ， $R_B=10\ \Omega$ ， $R_C=20\ \Omega$ ，试分析下列情况：

(1) A相短路：中性线未断时，求各相负载电压；

中性线断开时，求各相负载电压。

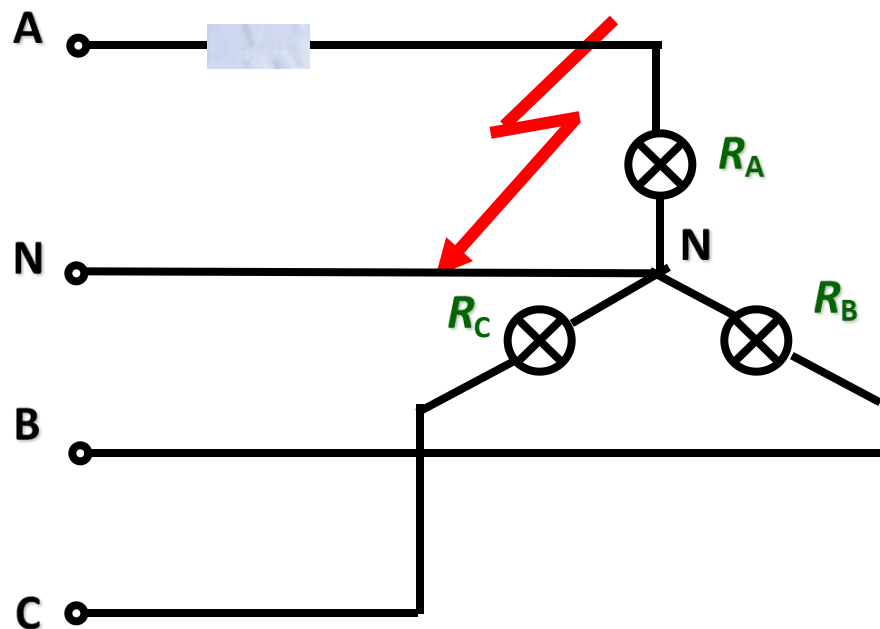
(2) A相断路：中性线未断时，求各相负载电压；

中性线断开时，求各相负载电压。

解：(1) A相短路

1) 中性线未断

此时A相短路电流很大，将A相熔断丝熔断，而B相和C相未受影响，其相电压仍为220V，正常工作。



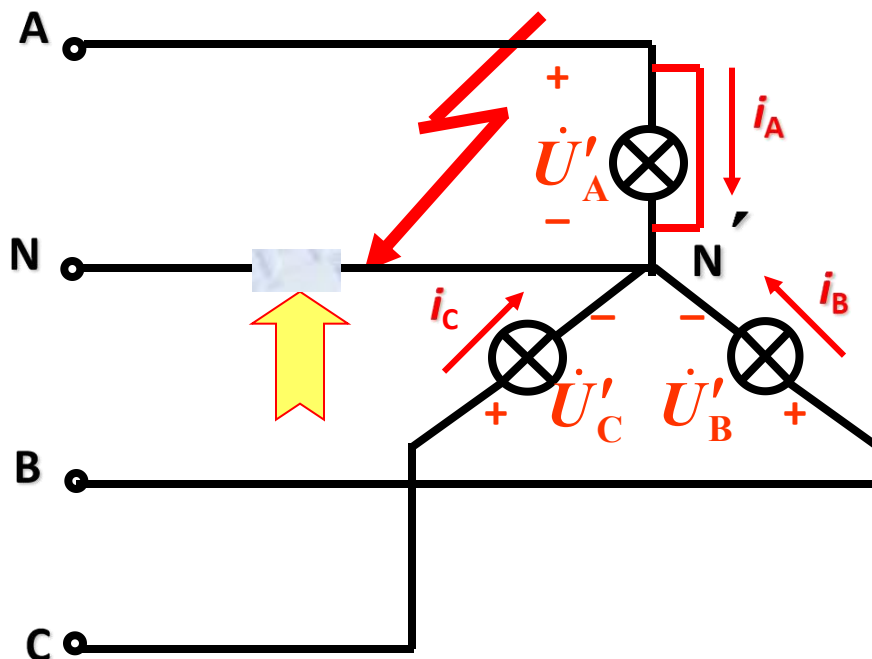
2) A相短路, 中性线断开时,

此时负载中性点N'即为A, 因此负载各相电压为

$$U'_A = 0, \quad U'_A = 0$$

$$U'_B = U'_{BA}, \quad U'_B = 380 \text{ V}$$

$$U'_C = U'_{CA}, \quad U'_C = 380 \text{ V}$$



此情况下, B相和C相的电灯组由于承受电压上所加的电压都超过额定电压 (220V), 这是不允许的。

(2) A相断路

1) 中性线未断

B、C相灯仍承受220V电压，正常工作。

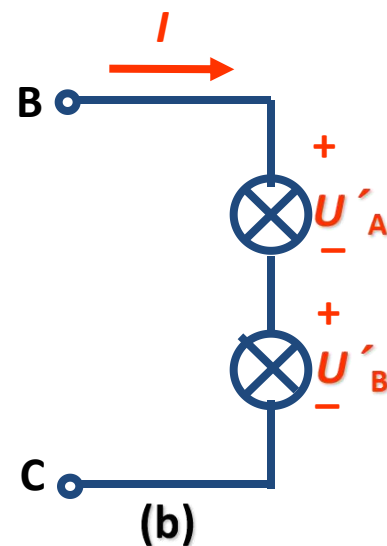
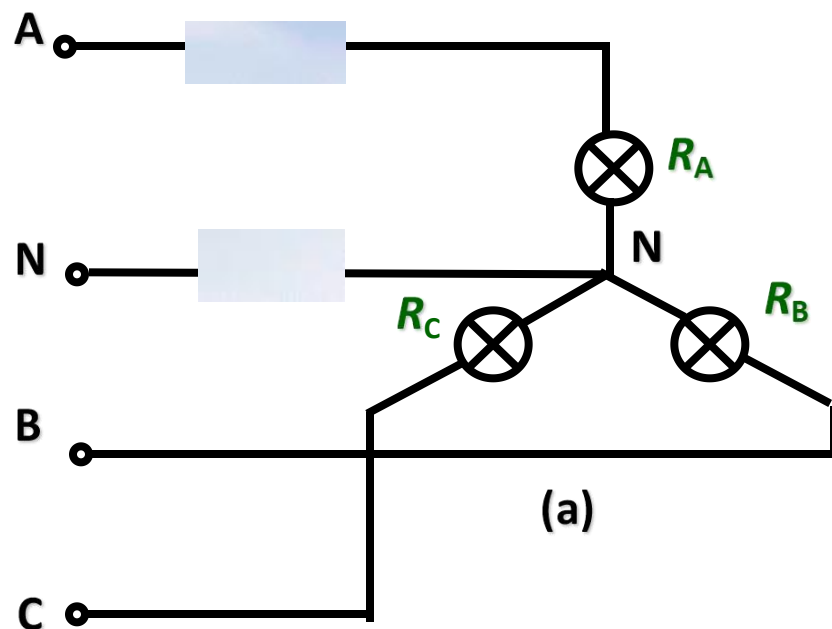
2) 中性线断开

变为单相电路，如图(b)所示，由图可求得

$$I = \frac{U_{BC}}{R_B + R_C} = \frac{380}{10 + 20} = 12.7 \text{ A}$$

$$U'_B = IR_B = 12.7 \times 10 = 127 \text{ V}$$

$$U'_C = IR_C = 12.7 \times 20 = 254 \text{ V}$$



结论

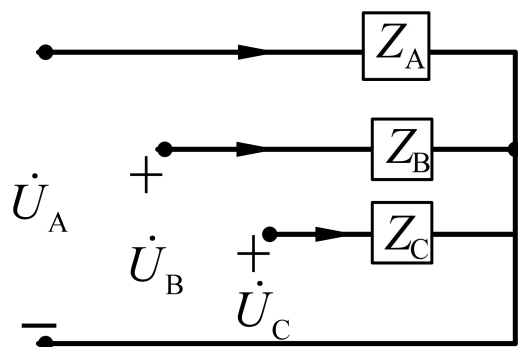
(1) 不对称负载Y联结又未接中性线时，负载相电压不再对称，且负载电阻越大，负载承受的电压越高。

(2) 中线的的作用：保证星形联结三相不对称负载的相电压对称。

(3) 照明负载三相不对称，必须采用三相四线制供电方式，且中性线（指干线）内不允许接熔断器或刀闸开关。

基本要求：掌握对称三相电路瞬时功率的特点及平均功率、无功功率、视在功率的计算。

1. 任意三相电路如下图



任意三相电路

根据功率守恒总平均功率等于各相平均功率之和

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

φ_A 、 φ_B 、 φ_C 为相电压与相电流的相位差

同理，三相电路的总无功功率

$$Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C$$

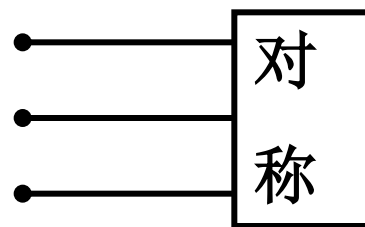
视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

功率因数

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

2. 对称三相电路的功率如下图



$$U_A = U_B = U_C = U_P$$

$$I_A = I_B = I_C = I_P$$

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$$

平均功率

$$P = 3U_P I_P \cos \varphi$$

对称三相电路的电压、电流用线电压、线电流表示

$$\left. \begin{array}{l} \text{Y接} \quad U_l = \sqrt{3}U_p, I_l = I_p \\ \text{\Delta接} \quad U_l = U_p, I_l = \sqrt{3}I_p \end{array} \right\} \rightarrow P = \sqrt{3}U_l I_l \cos \phi = \sqrt{3}U_l I_l \lambda$$

线电压、线电流

阻抗角

功率因数

同理，对称三相电路无功功率： $Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin \phi$

对称三相电路视在功率： $S = \sqrt{3}U_l I_l$

3. 平衡制的概念

三相电路总瞬时功率 $p = p_A + p_B + p_C$

对称三相电路总瞬时功率为常量，等于平均功率，即

$$p = P = 3U_p I_p \cos \phi = \sqrt{3}U_l I_l \cos \phi$$

即对称三相电路不论功率因数为何值，电源与负载之间不存在能量交换（尽管 $Q \neq 0$ ）。 $p = \text{常量} \rightarrow$ 称为瞬时功率平衡（或称平衡制），这是三相制的优点之一。

在对称三相正弦电路中瞬时功率等于常量，这种性质称为**瞬时功率平衡**。三相制是一种平衡制。

证明: 设相电压、相电流参考方向相同

$$u_A = U_m \cos \omega t, \quad i_A = I_m \cos(\omega t - \varphi)$$

吸收功率

$$\begin{aligned} p &= u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C \\ &= U_m I_m \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) + U_m I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\omega t - \varphi - 120^\circ) \\ &\quad + U_m I_m \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(\omega t - \varphi - 240^\circ) \\ &= \frac{U_m I_m}{2} [\cos \varphi + \cos(2\omega t - \varphi) + \cos \varphi + \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi) \\ &\quad + \cos \varphi + \cos(2\omega t - 480^\circ - \varphi)] \end{aligned}$$

式中三项余弦函数互相相差 240° ，其和为零，故

$$p = \frac{U_m I_m}{2} \times 3 \cos \varphi = 3U_P I_P \cos \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$$

例题

6.4

已知对称三相星形负载(感性)的线电压、线电流及平均功率分别为 $U_l = 380\text{V}$, $I_l = 10\text{A}$, $P = 5.7\text{kW}$ 。(1)求三相负载的功率因数及等效阻抗;(2)设C相负载短路,再求各相电流、线电流和平均功率。

解

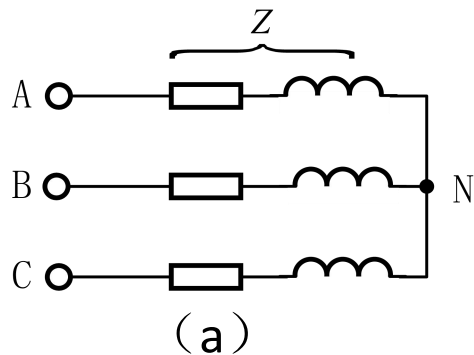
$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos \phi = \sqrt{3}U_l I_l \lambda$$

$$\lambda = \cos \phi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{5700\text{W}}{\sqrt{3} \times 380\text{V} \times 10\text{A}} \approx 0.866$$

各相等效阻抗的阻抗角

$$\phi = \arccos 0.866 = 30^\circ$$

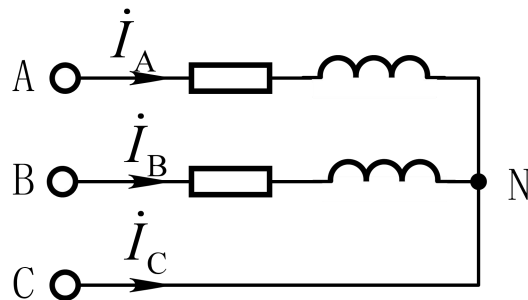
对称三相负载的等效电路如图(a)所示



等效阻抗

$$Z = \frac{U_p}{I_p} / \phi = \frac{220\text{V}}{10\text{A}} / 30^\circ = 22 / 30^\circ \Omega$$

图(b)表示C相负载短路的情形



(b)

这时A、B两相负载均承受线电压。取 \dot{U}_{AB} 为参考相量即

$$\dot{U}_{AB} = 380 / 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{BC} = 380 / -120^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{CA} = 380 / 120^\circ \text{V}$$

于是得

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{-\dot{U}_{CA}}{Z} = \frac{-380 / 120^\circ \text{V}}{22 / 30^\circ \Omega} \approx 17.3 / -90^\circ \text{A} = -j17.3 \text{A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BN}}{Z} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \frac{380 \angle -120^\circ \text{V}}{22 / 30^\circ \Omega} \approx 17.3 / -150^\circ \text{A} \approx 17.3(0.866 + j0.5) \text{A}$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_A - \dot{I}_B = j17.3 \text{A} + 17.3(0.866 + j0.5) \text{A} \approx 30 / 60^\circ \text{A}$$

电压、电流相量图如图(c)所示。

对于不对称三相电路，只能根据式

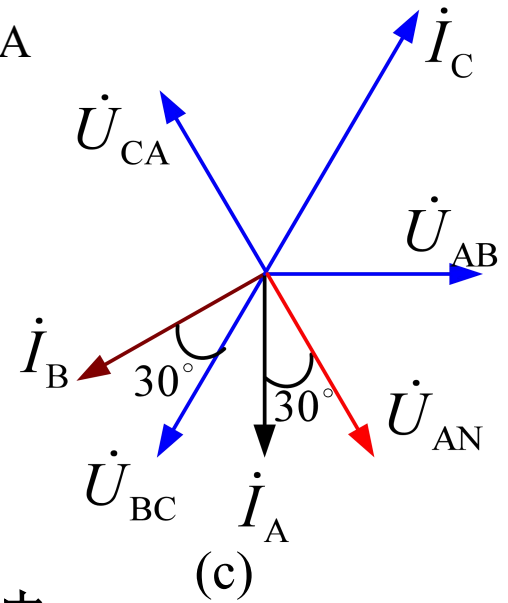
$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

计算平均功率由相量图可知，A、B两相的相电压和相电流和相位差均为 30° ，故平均功率为

$$\begin{aligned} P &= U_{AN} I_{AN} \cos 30^\circ + U_{BN} I_{BN} \cos 30^\circ \\ &= 380 \times 17.3 \times \cos 30^\circ + 380 \times 17.3 \times \cos 30^\circ \approx 11.4 \text{kW} \end{aligned}$$

两电阻吸收功率之和等于此时平均功率

$$P = I_A^2 R + I_B^2 R \approx 11.40 \text{kW}$$

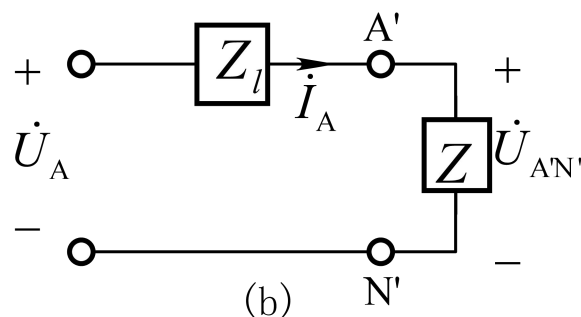
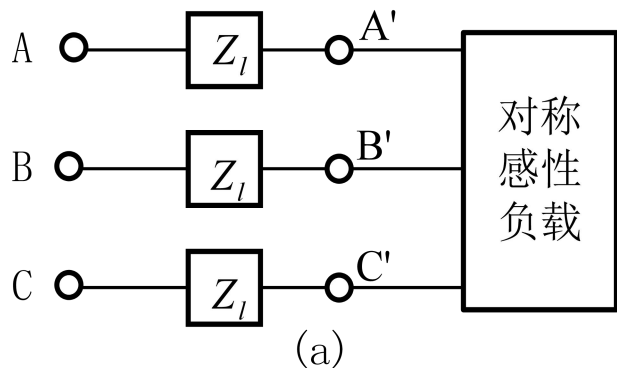


例题

6.5

图 (a)所示对称三相电路, 已知负载额定电压为380V, 额定功率为3.3kW, 功率因数为0.5(感性), 线路阻抗 $Z_l = (1 + j4)\Omega$

- 1) 若要求负载端线电压为额定电压, 问电源线电压应为多少?
- 2) 电源线电压为380V, 求负载端线电压和负载实际消耗的平均功率

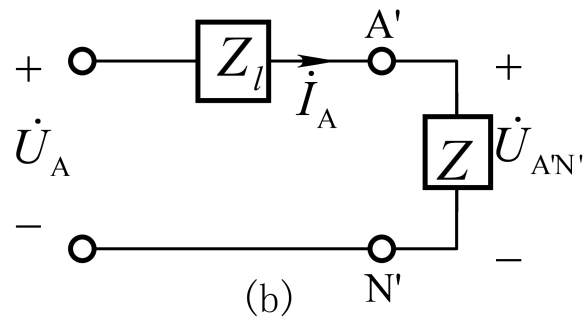
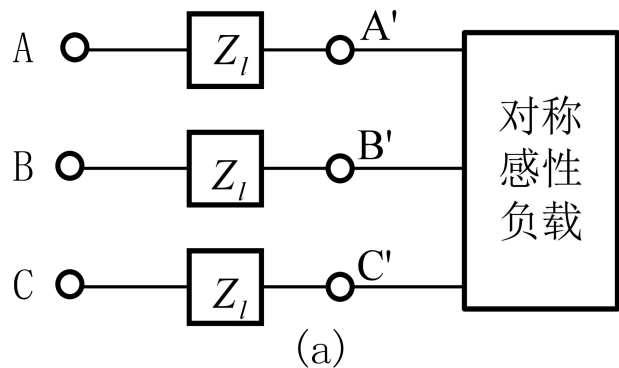


解

1) 要求负载端线电压为380V, 求电源线电压时可采用倒推法。设负载为星形联接, 取出A相, 如图(b)所示。

取 $\dot{U}_{A'N'}$ 为参考相量, 即
$$\dot{U}_{A'N'} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V} \approx 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

线电流
$$I_A = I_l = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \lambda} = \frac{3.3 \times 10^3 \text{ W}}{\sqrt{3} \times 380 \text{ V} \times 0.5} \approx 10 \text{ A}$$



$\dot{U}_{AN'}$ 越前于 i_A 的相位差, $\varphi = \arccos \lambda = \arccos 0.5 = 60^\circ$
故

$$\dot{I}_A = 10 \angle -60^\circ \text{ A}$$

电源相电压 $\dot{U}_A = \dot{U}_{AN'} + Z_l \dot{I}_A = 220\text{V} + (1 + j4)\Omega \times (10 \angle -60^\circ)\text{A} \approx 260 \angle 2.5^\circ \text{ V}$

所求电源线电压为 $U_{AB} = \sqrt{3}U_A \approx 450 \text{ V}$

(2) 当电源线电压为380V时, 根据响应与激励的齐性关系, 得如下比例式

$$\frac{U_L}{380\text{V}} = \frac{380\text{V}}{450\text{V}}$$

由此求得负载线电压为 $U_L = \frac{380}{450} \times 380\text{V} \approx 321 \text{ V}$

由于功率与电压的平方成正比, 所以当电源电压为380V时, 负载消耗的平均功率为

$$P = \left(\frac{321}{380}\right)^2 \times 3.3 \times 10^3 \text{ W} \approx 2355 \text{ W}$$